

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

1. Capacitat calorífica d'un sòlid (Problema Experimental).

Puntuació total: 80p.

La capacitat calorífica dels sòlids és la quantitat de calor ΔQ necessària per augmentar la seva temperatura en una unitat:

$$C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{dQ}{dT} \quad (1.1)$$

Es tracta d'una magnitud física que és proporcional a la massa m del material que està sent escalfat. Si es tracta d'un material homogeni, aquesta dependència de la massa es pot obviar tot definint la capacitat calorífica per mol de matèria¹. Per a fer-ho, es té en compte que, per a una massa molecular M , el nombre de mols que hi ha en la massa m serà $n = m/M$, de manera que es pot escriure la capacitat calorífica per mol de matèria com:

$$c = \frac{C}{n} \quad (1.2)$$

En estudiar aquesta quantitat en sòlids, s'observa que, en general, c depèn de la temperatura a la qual s'està estudiant el material i que, en els casos en que el sòlid estudiat és un element químic (és a dir, un material que no és compost), el valor de c assoleix, per cada mol d'àtoms, un valor límit a altes temperatures² de $c \approx 24.943 \text{ J/mol} \cdot \text{K} = 3N_A k_B = 3R$, on N_A és el nombre d'Avogadro, k_B la constant de Boltzmann i R és la constant dels gasos ideals³.

En el laboratori es disposa d'un bloc d'alumini (Al) del qual volem determinar la seva capacitat calorífica. La manera de fer-ho serà subministrant energia al bloc i mesurar la seva temperatura.

Es practica un petit orifici en el bloc metàl·lic pel qual s'hi insereix una resistència elèctrica connectada a una font de tensió. La intenció és dissipar la potència elèctrica en forma de calor en la resistència mitjançant l'efecte Joule:

$$P = VI \quad (1.3)$$

On V és la tensió de la font i I la intensitat que circula per la resistència elèctrica.

¹ Un mol de substància és la quantitat de substància que conté exactament $6.02214076 \cdot 10^{23}$ entitats elementals (àtoms, molècules, ions, electrons, etc.). És la unitat del Sistema Internacional (SI) per mesurar la quantitat de substància.

² Aquest límit d'altres temperatures, en el cas de molts materials d'un sol element, correspon a la temperatura ambient ($20^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$).

³ Aquesta capacitat calorífica és per cada mol d'àtoms (o ions), per tant, si es tractés d'un mol de NaCl, el que hem de tenir en compte és que tenim un mol d'ions de Na i un d'ions de Cl, per tant 2 mols, de manera que la capacitat calorífica per mol de substància del NaCl serà $c \approx 6R$.

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

Així doncs, l'energia tèrmica subministrada al bloc en un cert temps t serà:

$$Q = VIt \quad (1.4)$$

Es connecta la resistència a una font de tensió de 20V i, mitjançant un amperímetre, es mesura la intensitat que circula per la resistència, que resulta ser de 300mA.

Mitjançant un termòmetre, es va registrant la temperatura que va assolint el bloc en funció del temps, de forma que s'obtenen els resultats de la **Taula 1.1**.

$t(s)$	$T(^{\circ}C)$
0	20
10	22
20	25
30	28
40	30
50	33
60	36
70	38
80	41
90	44
100	46
110	49
120	52
130	54
140	57
150	59
160	62
170	65
180	67
190	70
200	73

Taula 1.1. Valors experimentals d'escalfament.

Al darrer valor de temperatura se l'anomena $T_{m\grave{a}x}$.

A partir de la informació donada:

- Feu una taula on es mostrin les dades de la **Taula 1.1**. i afegiu una columna amb la calor Q subministrada al bloc en cada instant de temps. **10p**
- Feu una representació gràfica de la temperatura de la **Taula 1.1**. en funció de la calor Q subministrada. Ajusteu una recta a aquesta representació i calculeu la seva equació. **15p**

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

El procediment de mesura emprat té l'inconvenient que el laboratori es manté a temperatura ambient i, per tant, la transferència de calor i l'increment de temperatura no són ideals, a causa de les pèrdues del sistema, i això genera un error sistemàtic en totes les mesures. Per a compensar-lo, s'ha mesurat també la temperatura en funció del temps un cop s'apaga la font de tensió. Els resultats obtinguts es mostren a la **Taula 1.2**.

$t'(s)$	$T(^{\circ}\text{C})$
0	73.00
30	72.81
60	72.62
90	72.43
120	72.24
150	72.06
180	71.87

Taula 1.2. Valors experimentals de refredament.

- c) Feu una representació gràfica de la temperatura de refredament en funció del temps (és a dir, de les dades mostrades a la **Taula 1.2.**). Feu un ajust a una recta de les dades experimentals i obtingueu el pendent de refredament dT/dt . **Ajut:** aquest pendent de refredament serà una recta de pendent negatiu que comença a $T_{m\grave{a}x}$. **15p**

Es pot demostrar que el pendent de la corba de refredament per a cada valor de temperatura de l'experiment d'escalfament T_j es pot escriure com:

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_{\text{refredament}} = \left(\frac{dT}{dt}\right)_{m\grave{a}x} \cdot \frac{T_j - T_{amb}}{T_{m\grave{a}x} - T_{amb}} \quad (1.5)$$

On $T_{m\grave{a}x}$ és el valor de temperatura màxima obtinguda en l'experiment d'escalfament (i que coincideix amb la temperatura inicial de la corba de refredament) i T_{amb} és la temperatura ambient del laboratori (que suposarem 20°C).

A partir d'aquesta expressió, es pot calcular quines son les pèrdues tèrmiques entre cada instant de temps t_j i el corresponent instant següent t_{j+1} a partir de l'expressió:

$$\Delta T_j = (t_{j+1} - t) \left(\frac{dT}{dt}\right)_{\text{refredament } j} \quad (1.6)$$

I, les pèrdues tèrmiques totals acumulades per a cada increment de temperatura durant l'experiment d'escalfament es poden calcular aleshores com:

$$\Delta T_j^c = \sum (\Delta T_j) \quad (1.7)$$

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

D'aquesta manera, es pot obtenir una versió corregida de les temperatures obtingudes experimentalment:

$$T_{corr_j} = T_j + \Delta T_j^c \quad (1.8)$$

Aquesta correcció es vol emprar per a determinar la capacitat calorífica del sòlid.

- d) Feu una nova taula on figurin les dades de la taula que heu construït en l'apartat a) (és a dir, amb les dades de la **Taula 1.2.** i la columna de la calor subministrada) i 4 columnes més, una per a cadascun dels resultats de l'equació (1.5), (1.6), (1.7) i (1.8). **10p**
- e) Afegiu a la gràfica que heu fet en l'apartat b) una representació de la temperatura corregida en funció de la calor subministrada Q . Ajusteu una recta a aquesta representació i compareu-la amb el primer ajust que heu fet. Què observeu? **15p**

Si ens fixem en la darrera representació gràfica (la de la temperatura corregida), podem veure que se li pot fer un ajust lineal del tipus $T = AQ + B$, on A és el pendent de la recta ajustada i B l'ordenada a l'origen. Si tenim en compte les equacions (1.1) i (1.2), i que $\Delta T = T - T_{inicial}$, es pot escriure que: $Ac = n^{-1}$.

- f) Demostreu aquesta darrera expressió. **5p**
- g) Sabent que la massa molar de l'alumini és de 26.98 g i que la massa del bloc és de 30 g, determineu el valor de la capacitat calorífica molar de l'alumini c . **Nota:** feu servir per això la recta de temperatures corregides. **5p**
- h) A partir de les representacions gràfiques, estimeu l'error experimental en el valor obtingut en l'apartat anterior. **5p**

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

2. Distribucions electroestàtiques dins de la cèl·lula. Puntuació total: 50p.

L'electroestàtica en el citoplasma cel·lular és un aspecte fonamental per entendre com funcionen les cèl·lules a escala molecular. El citoplasma no és només un medi aquós passiu, sinó un entorn altament organitzat i dens, ric en ions, macromolècules i estructures subcel·lulars que generen i modulen camps elèctrics locals. Aquestes interaccions electroestàtiques influeixen de manera decisiva en processos essencials com el plegament de les proteïnes, l'estabilitat dels complexos moleculars, el transport de molècules i ions, i la transmissió de senyals intracel·lulars.

A causa de la presència de càrregues elèctriques lliures —com ara ions de sodi, potassi, calci i clorur— el citoplasma es comporta com un electròlit complex. Les forces electroestàtiques entre aquestes càrregues i les superfícies carregades de proteïnes, membranes i àcids nucleics determinen la distribució espacial de les molècules i condicionen la dinàmica cel·lular. A més, el medi citoplasmàtic presenta propietats dielèctriques diferents de les de l'aigua pura, fet que modifica l'abast i la intensitat de les interaccions electroestàtiques.

Una eina molt important per l'estudi de l'electroestàtica en una solució és l'anomenada equació de Poisson-Boltzmann, que en una dimensió pot escriure's com:

$$\frac{dV^2}{dx^2} = \frac{-\rho(x)}{\varepsilon} \quad (2.1)$$

On $\rho(x)$ correspon a la distribució volumètrica de càrrega (normalment expressada en C/m^3) en la solució i ε és la constant dielèctrica del medi (que s'obté com $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ on $\varepsilon_0 = 8.85418 \cdot 10^{-12} F \cdot m^{-1}$ és la constant dielèctrica del buit). La distribució volumètrica de càrrega $\rho(x)$ (expressada en el S.I. en C/m^3) pot escriure's, de forma simplificada, com el producte de la càrrega iònica per la seva densitat de concentració de càrrega corresponent. Aquesta densitat de concentració de càrrega es pot escriure en termes de la Mecànica Estadística de Maxwell-Boltzmann com:

$$c_{\pm}(x) = c_0 e^{\mp \beta q V(x)} \quad (2.2)$$

On c_0 és una constant (amb unitats de $mol \cdot m^{-3}$), q representa la càrrega elèctrica del objecte en qüestió (proteïna, ió, etc.), i $\beta = 1/k_B T$, dona compte de l'energia tèrmica del sistema, sent T la temperatura i k_B la constant de Boltzmann ($k_B = 1.380649 \cdot 10^{-23} m^2 kgs^{-2} K^{-1}$).

Simplifiquem una membrana cel·lular com una superfície plana infinita situada perpendicularment a l'eix x i a l'origen de coordenades ($x = 0$). La membrana es troba en una dissolució aquosa (entorn cel·lular) amb una constant dielèctrica ε i a una temperatura T . Considerarem que el potencial a la banda positiva de l'eix x és V_1 (anomenarem a aquesta regió **I**) i que a la negativa és $V_2 - V_N$ (regió **II**), on V_N és l'anomenat potencial de membrana. Sabem que l'entorn cel·lular conté ions positius de càrrega $Q = 2q$, amb $q > 0$ i ions

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

negatius amb càrregues $-q$ i $-Q$ en concentracions diluïdes. La membrana és permeable només a l'aigua i als ions negatius de càrrega $-q$. Les concentracions de ions en equilibri a distàncies infinites de la membrana són:

$$\begin{aligned} c_{+Q}(x \rightarrow -\infty) &= c_{-q}(x \rightarrow -\infty) = c_0 \\ c_{+Q}(x \rightarrow +\infty) &= c_{-Q}(x \rightarrow -\infty) = c_{-q}(x \rightarrow +\infty) = c_0/2 \\ c_{-Q}(x \rightarrow +\infty) &= c_0/4 \end{aligned}$$

Si prenem l'origen de potencial a $x \rightarrow -\infty$:

- Feu un esquema del problema. **3p**
- Comproveu que el sistema és neutre a $\pm\infty$. **Ajut:** penseu que per saber la càrrega total de cada ió, s'ha de multiplicar la seva càrrega per la concentració corresponent. **5p**
- Doneu una expressió per la distribució volumètrica de càrrega a les dues regions del sistema (han de ser dues expressions, una per a cada regió). Quines unitats té aquesta distribució volumètrica de carrega? **Ajut:** al emprar l'equació (2.2) heu de tenir en compte substituir $V(x)$ per el potencial en la regió corresponent. **5p**
- Comproveu que per transformar les unitats de $\rho(x)$ a les que típicament s'empren per aquesta magnitud en el S.I. és necessari multiplicar pel Nombre d'Avogadro, $N_A = 6.02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. **3p**
- A partir de l'equació (2.1) i dels resultats de l'apartat b), escriviu l'equació de Poisson-Boltzmann a cada regió del sistema. **5p**

Si suposem que les energies electroestàtiques són més petites que les tèrmiques, es pot treballar en el que es coneix com a aproximació diluïda (teoria de Debye-Hückel), que considera que $qV\beta \ll 1$. D'aquesta manera es pot treballar amb una expressió modificada de l'equació de Poisson-Boltzmann:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = \frac{V(x)}{\lambda_D^2}$$

On λ_D és l'anomenada Longitud de Debye.

- En el marc de l'aproximació diluïda, a partir dels resultats de l'apartat b), demostreu que $\rho_I(x) \approx -7q^2c_0V_1\beta$ i que $\rho_{II}(x) \approx -\frac{7}{2}q^2c_0(V_2 - V_N)\beta$, on els subíndexs 1 i 2 fan referència a les regions **I** i **II**, respectivament. **Ajut:** per a valors petits de x la funció e^x es pot aproximar per $1 + x$. **5p**
- A partir dels resultats de l'apartat anterior, reescriu l'equació de Poisson-Boltzmann que heu determinat per a cada regió del problema en el marc de la teoria de Debye-Hückel i doneu una expressió per a la Longitud de Debye a cada regió. **3p**
- Fent us de l'anàlisi dimensional, comproveu les unitats de λ_D . **3p**

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

Si resollem l'equació de Poisson-Boltzmann per aquest sistema, arribem a les següents expressions per al potencial elèctric:

$$V_1(x) = \frac{V_N e^{\frac{x}{\lambda_{D1}}}}{1 + \frac{\lambda_{D2}}{\lambda_{D1}}} x < 0 \quad (2.3)$$

$$V_2(x) = \frac{-V_N e^{\frac{-x}{\lambda_{D2}}}}{1 + \frac{\lambda_{D1}}{\lambda_{D2}}} x > 0 \quad (2.4)$$

A partir d'aquest resultat:

- Doneu una expressió per al camp elèctric $E(x)$ a les diferents regions del problema. Feu un esbós del potencial i camp elèctric en funció de x . **3p**
- Doneu l'expressió del treball necessari per a transportar un ió sulfat (SO_4^{2-}) divalent negatiu (amb càrrega $-2q$) de la banda esquerra a la dreta de la membrana. **3p**
- Sabent que la molècula d'aigua presenta una càrrega total neutra, quin serà el treball necessari per passar-la d'una banda a l'altra de la membrana? **3p**
- Doneu els valors numèrics de λ_{D1} i λ_{D2} a partir de les dades de la **Taula 2.1**. Expresseu el resultat en unitats que considereu adequades en el context del problema, i justifiqueu la tria d'aquestes unitats. **4p**
- Calculeu el treball de l'apartat j) prenent els valors numèrics de la **Taula 2.1**. Considereu que l'ió es troba inicialment en la posició $x_1 = -3\text{\AA}$ i que la posició final és $x_2 = +1\text{\AA}$. Compareu el resultat amb l'energia tèrmica del sistema, calculada a partir de l'expressió $E_T = k_B T$. **5p**

ε_r	$T(^{\circ}\text{C})$	$V_N(\text{mV})$	$c_0(\text{mol} \cdot \text{m}^{-3})$	$q = e (\text{C})$
74	37	-70	10	$1.602 \cdot 10^{-19}$

Taula 2.1. Valors numèrics per a la resolució dels apartats i) i m) del Problema 2.

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

3. Disseny i construcció de circuits elèctrics. Puntuació total: 50p.

El disseny de circuits elèctrics simples és un pas fonamental per aprendre els principis bàsics de l'electricitat i l'electrònica. Aquests circuits permeten entendre com es connecten components com resistències, LEDs o condensadors, com circula el corrent i com es distribueix la tensió. Sovint aquests circuits simples són el punt de partida per a fer sistemes més elaborats, i serveixen per construir sensors, llums, petits motors o sistemes de control bàsics. El procés de disseny i construcció implica planificar el circuit, seleccionar components adequats i muntar-los correctament. A més, és fonamental dur a terme mesures elèctriques precises amb voltímetres i amperímetres per comparar el disseny teòric amb el muntatge real, detectar errors i ajustar valors de components, assegurant així que el circuit funcioni de manera segura i eficaç.

Es dissenya un circuit de corrent elèctric com el de la **Figura 3.1.**, a partir dels següents valors de referència: $\varepsilon = 6V$, $r = 10\Omega$, $R_1 = 0.5k\Omega$, $R_2 = 2.3k\Omega$, $R_3 = 0.7k\Omega$ i $R_4 = 4k\Omega$.

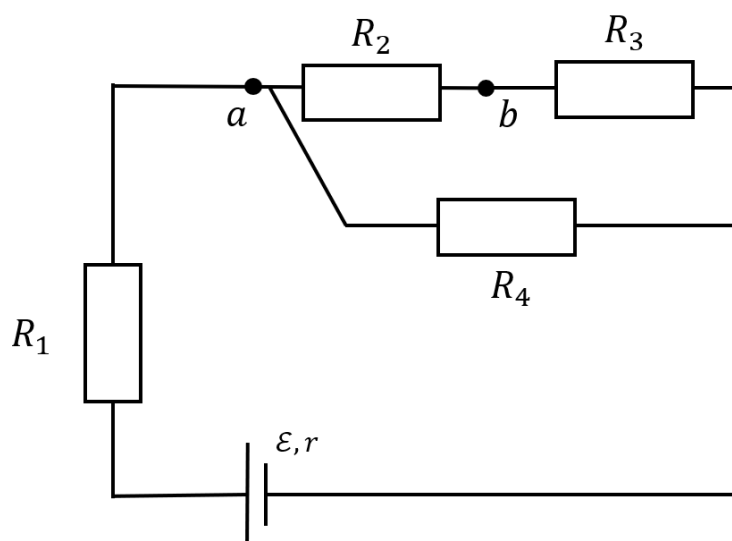


Figura 3.1. Circuit elèctric del Problema 3.

- a) Calculeu la intensitat que circula per la resistència R_1 i la diferència de potencial entre els punts a i b . **6p**

Un cop s'ha dut a terme el disseny simple d'aquest circuit, es passa el disseny a l'equip de muntatge al laboratori, que s'ha d'encarregar de muntar el circuit i de dur a terme les mesures elèctriques de validació del disseny. En el laboratori disposen de dos aparells de mesura de corrent continu, iguals. La resistència interna d'aquests aparells és $R_d = 23.88\Omega$, i marquen el fons d'escala⁴ quan la intensitat és $I_f = 50\mu A$.

⁴ El fons d'escala d'un instrument de mesura és el valor màxim que pot mesurar correctament aquest instrument. És el límit superior de la seva escala de mesura; si se supera, la lectura ja no és fiable o l'instrument pot deixar de funcionar correctament. Per exemple: si un amperímetre té un fons d'escala de 5 A, no pot mesurar corrents superiors a aquest valor sense risc d'error o dany.

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

Amb el primer aparell es vol construir un amperímetre que marqui com a fons d'escala una intensitat $I'_f = 10\text{mA}$.

- b) Quina resistència R_A , en paral·lel, haurem de connectar al primer aparell per tal d'aconseguir el sistema desitjat? Dibuixeu un esquema de l'aparell resultant. **5p**

D'altra banda, fent servir el segon aparell, es vol construir un voltímetre que marqui com a fons d'escala $V_m = 10\text{V}$.

- c) Quina resistència R_V , en sèrie, s'hi haurà de connectar? Dibuixeu un esquema de l'aparell resultant. **5p**

Els dos aparells construïts en els apartats b) i c) es volen emprar per determinar els valors experimentals de les magnituds elèctriques del circuit de la **Figura 3.1**.

- d) Escolliu amb quin dels dos aparells creieu que es pot determinar la intensitat que circula per la resistència R_1 i feu un dibuix del circuit amb el dispositiu de mesura connectat com i on pertoqui. **3p**
- e) Calculeu la mesura de corrent elèctric que s'obtindrà amb la configuració de l'apartat d). **4p**
- f) Escolliu amb quin dels dos aparells creieu que es pot determinar la diferència de potencial entre els punts a i b del circuit, i feu un dibuix del circuit amb el dispositiu de mesura connectat com i on pertoqui. **3p**
- g) Calculeu la mesura de voltatge que s'obtindrà amb la configuració escollida a l'apartat f). **4p**
- h) Determineu l'error experimental de cadascuna de les mesures que s'han dut a terme en els apartats e) i g). Expresseu el resultat en %. **5p**

Un altre equip de treball proposa substituir la resistència elèctrica R_1 per 5 resistències, totes elles de valor $R' = 10R_1$, connectades en paral·lel entre elles.

- i) Feu un dibuix/esquema elèctric de com quedaria el nou circuit. **3p**
- j) Quina és la intensitat elèctrica, teòrica, que esperem que circuli per la resistència equivalent que ha substituït a R_1 , R_{eq} ? **3p**
- k) Quina és la intensitat elèctrica que es mesura a través de la nova resistència equivalent R_{eq} ? **3p**
- l) Determineu, en %, l'error entre el valor esperat d'intensitat i la mesura experimental obtinguda en el circuit modificat. **3p**
- m) Determineu la potència elèctrica dissipada en la resistència elèctrica R_{eq} . **3p**

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

4. L'experiment de Cavendish⁵ i la Balança de Coulomb. Puntuació total: 50p.

A classe heu estudiat el camp gravitatori i la Llei de la Gravitació Universal de Newton, en la qual apareix la constant de gravitació universal G . Tot i això, Newton no va arribar a conèixer el valor numèric d'aquesta constant, ja que en la seva època no existien els instruments necessaris per mesurar-la. No va ser fins gairebé un segle més tard que el físic anglès Henry Cavendish (1731–1810) va dur a terme un famós experiment utilitzant un aparell conegut com a balança de torsió, que va permetre determinar experimentalment el valor de G .

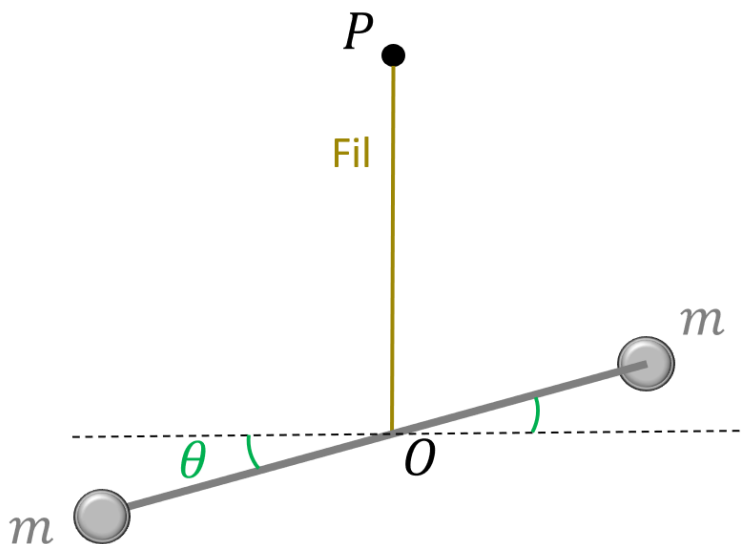


Figura 4.1. Esquema d'una balança de torsió.

Una balança de torsió consisteix en una vareta lleugera amb dues esferes de massa m als seus extrems, que es manté horitzontal quan està suspesa pel seu punt mitjà O mitjançant un fil subjectat pel seu extrem superior P , tal com es mostra en perspectiva a la **Figura 4.1**. Suposarem que la semillargada de la vareta és L i que la seva massa és menyspreable en comparació amb la de les esferes. En aquestes condicions, quan s'aparta la vareta de l'equilibri mantenint-la sempre horitzontal i girant-la un petit angle θ , les esferes tendeixen a descriure un moviment circular amb velocitat angular $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ i amb radi L .

- Sabent que el moment angular d'un sistema és pot calcular com $L = r \times p$, on r és la distància respecte a l'eix en què calculem L , i p el moment lineal del sistema o partícula tractada, doneu les unitats de L en el S.I. **4p**
- Sabent que el moment angular total d'un sistema respecte d'un eix és pot calcular com la suma dels moments angulars de les seves components individuals, determineu el moment angular respecte a l'eix OP de la vareta de la balança de torsió de Cavendish, L . **4p**

⁵ Problema parcialment adaptat d'un dels problemes de l'Olimpiada Española de Física de 2010.

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

En girar el sistema vareta-esferes, el fil del qual està suspès s'oposa a la torsió, exercint un moment de torsió τ sobre la vareta, proporcional a l'angle girat θ , sempre que aquest angle sigui molt petit. És a dir,

$$\tau = -k\theta \quad (4.1.)$$

on k és l'anomenada constant de torsió del fil i el signe té en compte l'oposició del fil al gir. En definitiva, si després d'apartar el sistema un petit angle θ respecte a la posició d'equilibri se'l deixa lliure, realitzarà oscil·lacions harmòniques.

c) Doneu les unitats de la constant de torsió k . **3p**

Sabent que el moment respecte a un punt de les forces exteriors que actuen sobre un sistema ve donat per la variació temporal del moment angular respecte d'aquest punt:

d) Demostreu⁶ que el període d'aquestes oscil·lacions harmòniques ve donat per:

$$T = \left(\frac{8\pi^2 mL^2}{k} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \textbf{5p}$$

e) Si Cavendish va emprar una massa $m = 730\text{g}$ amb una vareta de longitud $2L = 180\text{cm}$, obtenint un període de 7 minuts, quina era la constant de torsió del fil k de la balança de Cavendish? **3p**

A continuació, sobre cada esfera s'apliquen forces F i $F' = -F$, respectivament, tal i com s'indica a la **Figura 4.2.**, on es mostra la balança vista des de dalt. El sistema assolirà un nou estat d'equilibri corresponent a un petit angle θ_0 , quan el moment que exerceixen aquestes forces s'equilibri amb el moment de torsió del fil.

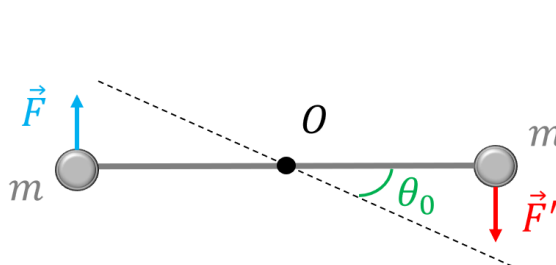


Figura 4.2. Esquema de forces aplicades a la balança de torsió.

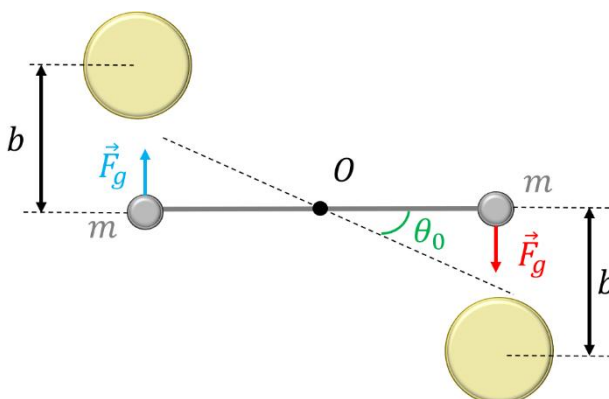


Figura 4.3. Esquema corresponent a les forces aplicades en l'experiment de Cavendish (corresponent a la massa de la Terra).

⁶ Tingueu en compte que el moment de les forces exteriors que actuen sobre un sistema donat respecte a un punt concret ve donat per la variació temporal del moment angular respecte a aquest punt, és a dir: $\frac{dL_0}{dt} = \tau$.

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

- f) Determineu l'expressió del mòdul de la força F aplicada a cada extrem, en funció de L , k i θ_0 . **5p**

En l'experiment de Cavendish, les forces F i $F' = -F$ aplicades sobre les boles de massa m eren les corresponents forces d'interacció gravitatòria, F_g , que exercien altres boles de massa $M \gg m$ col·locades a una distància b , tal com es mostra a la **Figura 4.3**.

- g) Obtingueu l'expressió de la massa de la Terra, M_T , en funció de M , m , L , b , θ_0 , del radi de la Terra R_T i de l'acceleració de la gravetat g . **5p**
- h) Fent servir les dades addicionals següents: $M = 0,158 \text{ kg}$; $\theta_0 = 4.87 \cdot 10^{-10} \text{ rad}$; $b = 0.23 \text{ cm}$; $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, calculeu la massa de la Terra, M_T , i el valor de la constant de gravitació universal, G . **4p**
- i) Si prenem com a valor de referencia de G de $6.67430 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-1}$, quin és l'error relatiu que tenim a partir dels valors de l'apartat h)? **4p**

De forma anàloga a l'experiment de Cavendish, l'experiment de la balança de Coulomb (vegeu **Figura 4.4**.) és un experiment clàssic de la Física que permet mesurar la força elèctrica entre càrregues puntuals i verificar la llei de Coulomb:

$$F_e = K \frac{Qq}{r^2} \quad (4.2)$$

Aquesta balança de torsió està basada en les lleis de les atraccions i repulsions elèctriques. Consta d'un micròmetre en la part superior d'on penja un fil amb una barra fina que penja horitzontalment de l'altre extrem. A la mateixa alçada de la barra hi ha tot voltant una escala per a mesurar la seva orientació.

En aplicar una força sobre la bola carregada, la barra comença a girar causant una força de torsió sobre el filament, de la mateixa manera que en l'experiment

de Cavendish amb la gravetat. Com que en aquest cas la força aplicada sobre la bola serà la del camp elèctric, amb aquest dispositiu el físic, matemàtic i enginyer francès Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806), que dona nom a la unitat del sistema internacional de la càrrega elèctrica (el Coulomb, C), va poder demostrar la llei sobre la força de atracció o repulsió entre dues càrregues puntuals, que porta el seu nom.



Figura 4.4. Balança de Coulomb de la Col·lecció d'Instruments Científics de la Facultat de Física de la Universitat de Barcelona (ca. 1850).

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

- j) Explica com es duria a terme l'equivalent electroestàtic a l'experiment de Cavendish (experiment de la balança de Coulomb). Supposeu que per a fer l'experiment es disposa de dues càrregues idèntiques $q_1 = q_2$. **3p**
- k) Prenent de referència alguns dels valors de Coulomb (vegeu la **Taula 4.1.**), calculeu el valor estimat de la constant elèctrica K , i doneu les unitats corresponents en el S.I. **4p**

$k(\text{Nm/rad})$	$\theta(\text{rad})$	$L(\text{m})$	$q_1 = q_2(\text{C})$	$F(\text{N})$	$r(\text{cm})$
10^{-7}	0.02	0.1	10^{-9}	$2 \cdot 10^{-8}$	2

Taula 4.1. Valors numèrics per a la resolució dels apartats k) i l) del Problema 4.

- l) El valor de K tal i com és conegut avui dia, és d'aproximadament $8.988 \cdot 10^9$ (en les mateixes unitats que heu donat en l'apartat anterior). Doneu l'error relatiu del valor que heu obtingut en l'apartat i) respecte al valor de referència actual. A què creieu que es poden deure les discrepàncies entre els dos resultats? **3p**

Les similituds entre la Llei de Coulomb i la Llei de la Gravitació Universal de Newton són un dels temes que sempre es comenten a l'aula de Física.

- m) Compareu els valors de la força elèctrica i la força gravitatòria (preneu la constant G obtinguda i els dos valors de K , l'actual i el que heu calculat a l'apartat j)) entre l'electró i el protó ($m_p = 1.673 \cdot 10^{-27} \text{kg}$, $q_p = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{C}$, $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{kg}$) de l'àtom d'Hidrogen (agafeu com a distància entre càrregues el radi de Bohr: $r_B \approx 0.529 \text{\AA}$). Comenteu el resultat i compareu la diferència que s'obté segons el valor de K emprat. **3p**

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

5. Disseny i mesura d'instruments musicals. **Puntuació total: 50p.**

El disseny i la construcció d'instruments musicals integren criteris acústics fonamentals per garantir un so precís i coherent, entre els quals destaca la importància del nivell de pressió sonora i del control de l'afinació. En aquest context, els diapasons tenen un paper essencial, ja que permeten establir una referència estable de freqüència que assegura l'harmonia entre instruments.

Un diapasó és un instrument acústic senzill, generalment metàl·lic, format per dues branques que vibren quan són colpejades i produeixen un so pur i constant, habitualment corresponent a una nota estàndard com el La ($f_{La} = 440\text{Hz}$). La seva utilització facilita l'afinació correcta i la comparació de nivells de pressió sonora, aspectes clau en el disseny d'instruments, ja que una afinació precisa i un nivell de pressió adequat contribueixen decisivament a la qualitat, l'equilibri i la percepció del so.

D'altra banda, el nivell de pressió L_p d'una ona sonora es defineix com:

$$L_p = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{rms}}{P_{ref}} \right)^2 \quad (5.1)$$

On $P_{ref} = 20\mu\text{Pa}$ i P_{rms} és la pressió efectiva de la ona, que s'obté com l'arrel quadrada de la mitjana dels valors de la pressió elevats al quadrat al llarg del temps i que es pot aproximar com l'amplitud de pressió de la ona sonora, dividida per $\sqrt{2}$. Aquest nivell de pressió L_p és la magnitud que mesura un sonòmetre, que després s'expressa en dB, i permet avaluar la intensitat sonora en un determinat entorn.

En un laboratori d'Acústica, un tècnic de laboratori té un diapasó afinat amb la nota La i un sonòmetre. En picar el diapasó amb un martellet, el sonòmetre mesura un nivell de soroll de 64dB. Sabent que la velocitat del so en l'aire és de 343 m/s:

- a) Escriviu l'equació d'ona de la ona sonora produïda pel diapasó afinat amb la nota La. **3p**

Per al disseny d'un determinat instrument musical, el tècnic ara treballa amb una diapasó de 500Hz. En picar aquest diapasó amb el martellet, el sonòmetre marca el mateix nivell d'intensitat sonora que en el cas anterior.

- b) Escriviu l'equació d'ona de la ona sonora produïda pel nou diapasó. **3p**
c) Escriviu l'expressió de la velocitat i acceleració de vibració de l'ona. **Nota:** tingueu en compte que aquesta velocitat i acceleració realment ens informen de com de ràpid està variant la pressió en l'aire al propagar-se l'ona, per unitat de temps. **4p**

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

- d) Quins son els valors de velocitat i acceleració d'oscil·lació màximes de les partícules del medi? **3p**

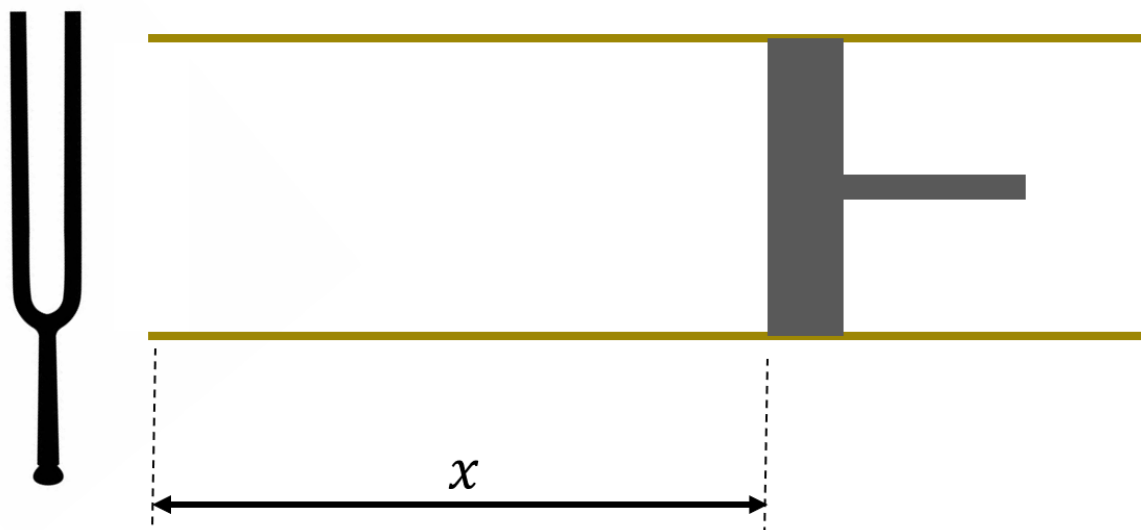


Figura 5.1. Esquema del Problema 5.

A continuació el tècnic col·loca el diapasó de 500Hz davant d'un tub llarg que està obert en un extrem i tancat en l'altre per un pistó mòbil (vegeu la **Figura 5.1.**), i posa tot el conjunt dins d'una cambra tèrmica que escalfa tot el sistema fins a una certa temperatura i el manté en equilibri tèrmic. A continuació torna a picar el diapasó amb un martellet i es posa a variar la posició del pistó, observant que es produeix ressonància quan el pistó està a les posicions x , de 18, 54 i 90 cm (etiquetades com x_1 , x_2 i x_3 , respectivament), respecte a l'extrem obert. Amb aquesta informació:

- e) Trobeu la velocitat del so de l'aire dins de la cambra. **Ajut:** recordeu que $R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \text{K}^{-1} = 0.08206 \text{ L} \cdot \text{atm} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. **5p**
- f) Feu un dibuix indicant les posicions dels nodes i antinodes de pressió al llarg del tub quan el pistó es troba a cadascuna de les tres posicions considerades. Feu un dibuix de cada distribució de nodes i antinodes. **5p**
- g) Escriviu l'expressió de l'ona estacionària dins del tub. **3p**
- h) A quina posició x_4 tindrem la següent ressonància? **5p**

El tècnic se n'adona que el monitor del termòmetre de la cambra està tancat i que no sap a quina temperatura està l'aire dins del tub, però sap que pot calcular-la a partir del valor de velocitat obtingut prèviament i sabent que la lectura de pressió de la cambra és $P_0 = 1 \text{ atm}$.

- i) Calculeu la temperatura a la que es troba la cambra. Supposeu per això que la massa molar de l'aire és $\mu = 29 \text{ g/mol}$ i la seva constant adiabàtica és $\gamma = 7/5$. **5p**

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

- j) Determineu la densitat de l'aire en la cambra. **4p**

Ara el tècnic separa el tub del diapasó i col·loca el sonòmetre dins de la cambra, mesurant un nivell d'intensitat sonora de 60dB.

- k) Tot prenent el mateix valor de P_{ref} donat en l'enunciat, calculeu la intensitat de la ona, en W/m^2 , a partir de l'expressió $I = P_{rms}^2 / \rho v$. Feu servir les dades dels apartats b) i e). **3p**

A continuació, el tècnic tanca novament la cambra i li fa el buit (n'extreu l'aire) i torna a omplir-la amb Heli (gas monoatòmic, $\gamma_{He} = 5/3$), deixant que la cambra arribi a l'equilibri tèrmic. Si ara el tècnic torna a repetir l'experiment de ressonància amb el diapasó de 500Hz:

- l) A quina posició x' es trobarà ara la primera ressonància del tub? Compareu aquest resultat amb l'original. **4p**
- m) Com canviaria el resultat de l'apartat h) si hagués dut a terme l'experiment amb el diapasó afinat en La ? **3p**

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

Solucions

1.

a) –

b) –

c) –

d) –

e) –

f) –

g) $c = \frac{M}{mA} = \frac{26.98}{(30 \cdot 0.0384)} \approx 23.4 \text{ J}^\circ\text{C/mol}$

h) $\varepsilon \approx 6\%$

2.

a) –

b) –

c) $\rho_1(x) = c_0 q [2e^{-qV_1\beta} - e^{2qV_1\beta} - e^{qV_1\beta}]; \rho_2(x) = c_0 q \left[e^{-2q(V_2-V_N)\beta} - \frac{1}{2}e^{2q(V_2-V_N)\beta} - \frac{1}{2}e^{q(V_2-V_N)\beta} \right]$

d) –

e) –

f) –

g) $\lambda_{D_1} = \left(\frac{\varepsilon k_B T}{7c_0 q^2} \right)^{\frac{1}{2}}; \lambda_{D_2} = \left(\frac{\varepsilon k_B T}{\frac{7}{2}c_0 q^2} \right)^{\frac{1}{2}}$

h) –

i) $E_1(x) = V_1(x)/x; E_2(x) = V_2(x)/x$

j) –

k) 0 J

l) $\lambda_{D_1} \approx 1.6 \text{ nm}; \lambda_{D_2} \approx 2.3 \text{ nm}$

m) $W_{x_1 \rightarrow x_2} \approx 5.18 \cdot 10^{-30} \text{ J}$; Podem veure que $W \sim 10^{-30} \text{ J}$ i que $E_T \sim 10^{-21} \text{ J}$, de manera que: $E_T/W \sim 10^9$, per tant podem concloure que l'energia tèrmica és $\sim 10^9$ vegades superior al treball necessari per creuar la membrana. Per tant, a temperatura ambient, les càrregues poden creuar la membrana sense problema.

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

3.

a) $R_{ac} = 1714.29 \, \Omega$; $V_{ab} = 3.5453 \, \text{V}$

b) $R_A = 0.12 \, \Omega$

c) $R_V = 199.976 \, k\Omega$

d) –

e) $I' = 2.69735 \, \text{mA}$

f) –

g) $R_{ab} = 2273.8 \, \Omega$, $R''_{ac} = 1705.7 \, \Omega$, $I'' = 2.707 \, \text{mA}$, $I'_3 = 1.5526 \, \text{mA}$, $V''_{ab} = 3.5305 \, \text{V}$

h) $\varepsilon_{rI} = 0.005\%$; $\varepsilon_{RV} = 0.41\%$

i) $R_e = 1000 \, \Omega$

j) $R_T = 2724.29 \, \Omega$, $I_T = 2.2024 \, \text{mA}$

k) $I_{ex} = 2.2023 \, \text{mA}$

l) $\varepsilon_{rex} = 0.0045\%$

m) $P = 21.36 \, \text{W}$

4.

a) –

b) –

c) –

d) –

e) $k = 2.65 \cdot 10^{-4} \, \text{Nm}$

f) $F = k\theta_0/2L$

g) $M_T = \frac{2gR_T^2 L M m}{k b^2 \theta_0}$

h) $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \, \text{kg}$

i) $\varepsilon_{rr} = 0.21\%$

j) –

k) $K = 8 \cdot 10^6 \, \text{Nm}^2/\text{C}^2$

l) $\varepsilon_{rr} = 99.9\%$

m) $F_G = 2.876 \cdot 10^{-47} \, \text{N}$, $F_e = 5.8189 \cdot 10^{-11} \, \text{N}$, $F_e^{teo} = 6.537 \cdot 10^{-8} \, \text{N}$

5.

a) $P(x, t) = A_P \sin(880\pi t - 8.055x)$

b) $P(x, t) = 4.48 \cdot 10^{-2} \sin(1000\pi t - 10.07x)$

c) $v(x, t) = 49.31\pi \cos(1000\pi t - 10.07x) \, \text{Pa/s}$; $a(x, t) = -54244.98\pi^2 \sin(1000\pi t - 10.07x) \, \text{Pa/s}^2$

d) $v_{m\grave{a}x} = 154.92 \, \text{Pa/s}$; $a_{m\grave{a}x} = 13.95 \, \text{Pa/s}^2$

e) $v = 360 \, \text{m/s}$

f) –

g) $y(x, t) = A \sin(k_n x) \cos(\omega t)$, amb $k_n = (2n - 1)\pi/2L$

h) $x_4 = 126 \, \text{cm}$

OLIMPIÁDA CATALANA DE FÍSICA

Fase classificatòria – 2026

i) $T \approx 323 \text{ K} = 50^\circ\text{C}$

j) $\rho \approx 1.095 \text{ kg/m}^3$

k) $I \approx 1.01 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$

l) $x' \approx 52.9 \text{ cm}$

m) $\Delta x \approx 41 \text{ cm} \Rightarrow$ Tindríem una altre sèrie de posicions de ressonància.