

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Primera Fase (Problemes) – 2026

1. Puntuació total: 35p. Problema experimental.

Un condensador és un component electrònic que serveix per emmagatzemar energia elèctrica de manera temporal. Està format per dues plaques metàl·liques separades per un material aïllant (ó dielèctric) i, quan es connecta a una font de tensió, una placa acumula càrrega positiva i l'altra negativa. Si un cop carregat es desconnecta de la font de tensió, queda carregat a la mateixa tensió del generador, i l'acumulació de càrregues es manté fins que es tornen a equilibrar, sia per mitjà del dielèctric –a causa de pèrdues internes– o per mitjà d'un circuit exterior.

Els condensadors s'utilitzen en circuits electrònics per emmagatzemar i alliberar energia quan cal, filtrar soroll i ondulacions de tensió, estabilitzar voltatges i permetre el pas del corrent altern mentre bloquegen el corrent continu, funcionant de manera semblant a un dipòsit energètic que s'omple (es carrega) i es buida (es descarrega) segons les necessitats del circuit.

Es disposa d'un circuit al laboratori que segueix l'esquema de la **Figura 1**. El circuit està format per una font d'alimentació de corrent continu, que proporciona una tensió V_0 , un interruptor S , una resistència elèctrica R i un condensador C . Quan es tanca l'interruptor, les càrregues elèctriques comencen a circular pel circuit però ho fan primerament seguint un règim transitori durant el qual la diferència de potencial varia des de 0 fins a un valor màxim V_0 , que correspon al moment en què el condensador està carregat.

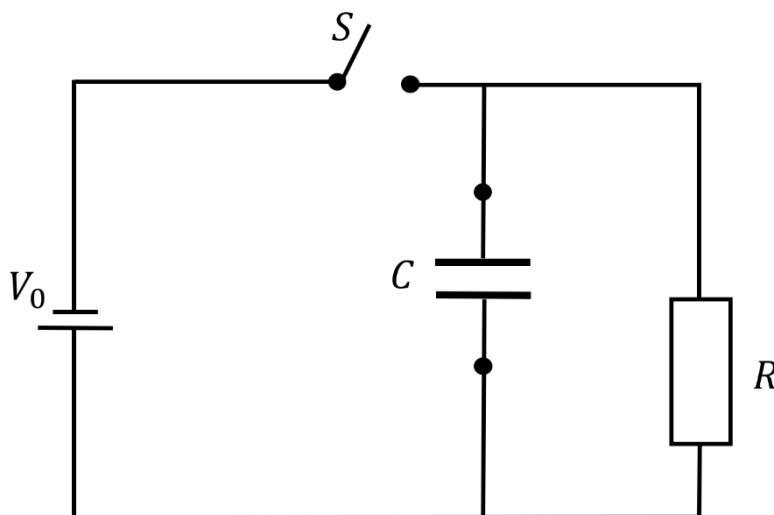


Figura 1. Circuit elèctric del Problema 1.

Un cop el condensador queda carregat, la intensitat que circula pel circuit només passarà a través de la resistència R . Mentre l'interruptor es manté tancat la diferència

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Primera Fase (Problemes) – 2026

de potencial entre els extrems del condensador es manté en el valor V_0 , ja que la font d'alimentació s'encarrega de mantenir la diferència de potencial entre els seus extrems. Si a continuació desconnectem la font obrint l'interruptor, el condensador es descarrega a través de la resistència, i es pot demostrar que la tensió V entre els extrems del condensador decreix amb el temps t i ve donada per:

$$V(t) = V_0 e^{-t/\tau} \quad (1.1)$$

Aquesta equació descriu l'evolució temporal de la tensió en el procés de càrrega i descàrrega d'un condensador, on τ és l'anomenada constant de temps i equival a:

$$\tau = RC \quad (1.2)$$

És interessant notar que aquesta constant ha de tenir unitats de temps (segons). El producte RC s'obté de multiplicar la resistència elèctrica (en Ω) i la capacitat del condensador (en Farads, F), i les seves unitats són segons: $1\Omega \cdot 1F = 1s$.

Es connecta un voltímetre de precisió al circuit de la **Figura 1**, per tal de mesurar el voltatge en funció del temps durant la descàrrega del condensador. Es preseleccionen uns valors de voltatge esperat i es mesura tres vegades el temps en què es triga a assolir aquests valors, obtenint els resultats de la taula següent:

$V(V)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$
10.000	0	0	0
6.500	9	10	11
3.700	20	21	19
2.200	29	30	31
1.400	41	39	40
0.800	50	51	49
0.490	62	60	61
0.300	71	70	69
0.180	82	81	80
0.110	90	89	88
0.067	101	102	100

Taula 1. Valors experimentals obtinguts en les tres experiències de descàrrega del condensador.

A partir de la informació donada es demana:

- Feu un esquema del circuit amb la connexió del voltímetre per tal de realitzar les mesures de la **Taula 1**.
- L'equació (1.1) presenta una funció de tipus exponencial. Modifiqueu aquesta equació per tal de trobar una relació lineal entre el temps de càrrega t i el logaritme neperià del voltatge mesurat $\ln V(t)$. Heu d'arribar a una equació

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Primera Fase (Problemes) – 2026

similar a la de la recta $y = Ax + B$. A aquest procés de modificació de l'equació per una recta se l'anomena linealització de la funció.

- c) Feu una taula on es presentin els resultats de la **Taula 1** i dues columnes més: una amb la mitjana t_m dels temps t_1 , t_2 i t_3 , i l'altra amb $\ln V(t)$. Expressen els valors d'aquesta darrera columna amb tres xifres significatives.
- d) Representeu gràficament el voltatge $V(t)$ en funció de t_m . Expliqueu què s'observa en aquesta representació gràfica.
- e) Representeu gràficament el $\ln V(t)$ en funció del temps t_m .
- f) Ajusteu una recta a la gràfica representada en l'apartat anterior (e).
- g) A partir de l'ajust lineal, i suposant un valor de la resistència emprada en l'experiment (R) de $20M\Omega$, obtingueu el valor de la capacitat del condensador C . Expressen el resultat en μF .

NOTES:

- Feu servir els fulls mil·limetrats que teniu disponibles al Moodle per a fer les representacions gràfiques. Recordeu de fer un màxim aprofitament dels fulls mil·limetrats perquè les gràfiques siguin ben clares i fàcil de treballar amb elles.
- Quan presenteu els resultats de l'apartat c), doneu una única taula amb 6 columnes. Indiqueu les unitats de cada magnitud en la taula, de la mateixa manera que s'ha fet en la **Taula 1**.
- Expressen els resultats en les unitats que indiqueu en cada apartat.

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Primera Fase (Problemes) – 2026

- 2. Puntuació total: 20p** D'acord amb la Mecànica Newtoniana, la força gravitatòria que experimenta un bloc de massa m que es troba a una distància r respecte del centre de la Terra ve donada per l'expressió:

$$F(r) = \frac{-GM_T m}{r^2} \quad (2.1)$$

On M_T es la massa de la Terra i G la constant de la gravitació universal.

També se sap que el canvi en l'energia potencial gravitatòria ve donat per:

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_i^f F(r) dr \quad (2.2)$$

- a) A partir de les equacions 2.1 i 2.2, demostreu que:

$$\Delta U = U_f - U_i = -GM_T m \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)$$

- b) L'elecció de la configuració de referència per a l'energia potencial és totalment arbitrària. S'acostuma a triar una configuració de referència de manera que l'energia potencial sigui zero quan la força també ho és. Proposeu un origen d'energia potencial que permeti escriure l'expressió trobada en a) en funció de r . Raoneu la vostra elecció i el resultat obtingut.

Considerem ara una partícula de massa m que es desplaça a través d'una petita distància vertical Δy a prop de la superfície de la Terra.

- c) Demostreu que, en aquesta situació, l'expressió general del canvi en l'energia potencial gravitacional, que heu trobat en l'apartat a), es redueix a la relació familiar $\Delta U \approx mg\Delta y$.
- d) Supposeu que es vol estudiar la bondat de l'expressió trobada en l'apartat c) a les capes superiors de l'atmosfera. A quina altura respecte la superfície terrestre estaria la massa m si l'equació de l'apartat c) proporciona un error de l'1% en el canvi de l'energia potencial respecte de l'expressió obtinguda a l'apartat a)?
- e) D'acord amb el resultat obtingut en l'apartat anterior, i amb la informació proporcionada en la **Figura 2**, en quina regió de l'atmosfera tindríem aquest error de l'1% per al canvi d'energia potencial gravitatòria?
- f) A partir de quina alçada tindrem un error superior al 10% en el canvi de l'energia potencial gravitatòria? A quina capa de l'atmosfera passa això?

Les expressions treballades anteriorment son molt útils per estudiar la caiguda lliure d'objectes però també per a l'estudi dels satèl·lits. Però convé escollir adequadament quina emprem en cada cas i quines són les limitacions que ens poden aportar les aproximacions. En el cas del llançament de satèl·lits, voldrem la màxima precisió possible.

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Primera Fase (Problemes) – 2026

Suposeu ara que es disposa d'un satèl·lit de 475 kg de massa, orbitant a 280 km de la superfície terrestre.

- g) Deduïu una expressió de l'energia mecànica del satèl·lit en termes de la massa de la Terra, la massa del satèl·lit, m , la constant de Gravitació Universal, G , i l'altura d'òrbita r . Assumiu una òrbita circular.
- h) Determineu l'energia que cal proporcionar-li per a passar-lo a una òrbita geoestacionària¹.

Assumiu que totes les òrbites són circulars, i preneu $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{m}$, $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ i $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{kg}$.

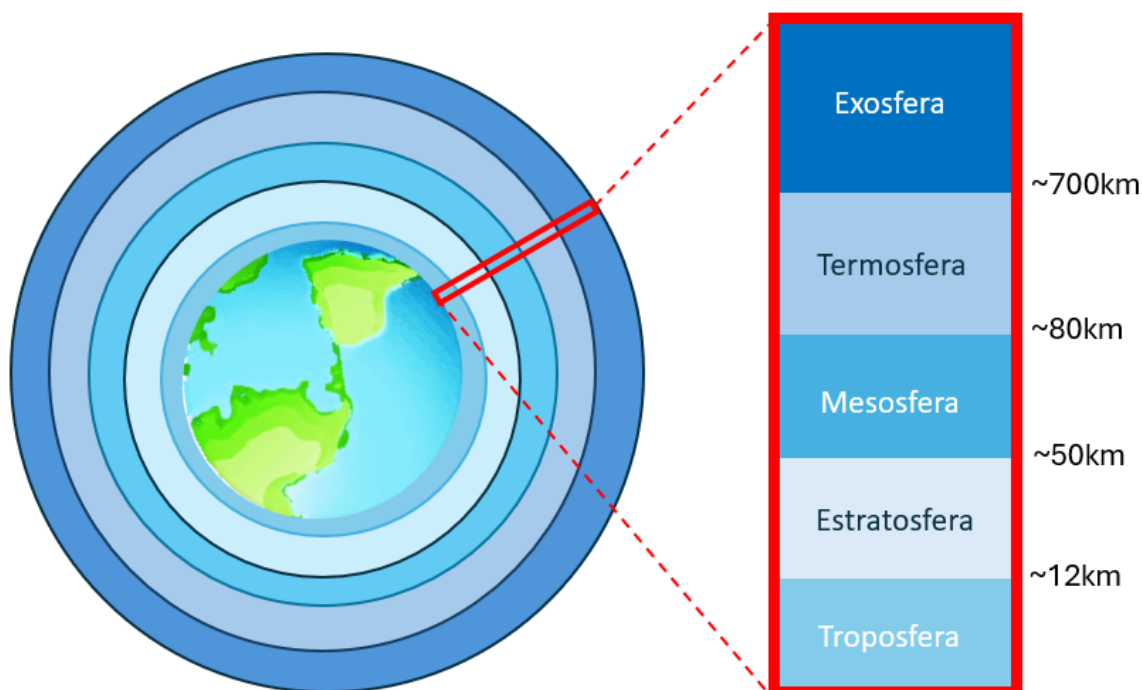


Figura 2. Esquema de les capes de la atmosfera terrestre (les distàncies no estan dibuixades a escala).

¹ Una òrbita geoestacionària és una òrbita al voltant de la Terra en què el satèl·lit gira a la mateixa velocitat que la rotació terrestre i, per això, sempre es manté sobre el mateix punt de l'equador.

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Primera Fase (Problemes) – 2026

3. **Puntuació total: 20p.** Dos amics han decidit anar a una pista de gel circular per passar la tarda. Un d'ells s'ha endut una pilota de tennis per poder jugar a passar-se-la al seu company. Quan li proposa el joc, el seu amic, que és un apassionat de la Física, accepta el joc i se'l planteja com una ocasió perfecta per repassar el temari de Física.

En agafar la pilota, se n'adona que tots dos són de la mateixa alçada i abans de posar-se a jugar recorda un dels resultats als que havien arribat a classe: si un tir parabòlic uneix dos punts que es troben a la mateixa altura, es compleix la relació $\sin 2\theta = gd/v^2$, on θ és l'angle del tir parabòlic respecte de l'horitzontal, d és la distància horitzontal que uneix els dos punts, v és el mòdul de la velocitat del tir i g és l'acceleració de la gravetat.

- a) Demostreu aquesta expressió.

Un cop ha compartit aquesta petita píndola de Física amb el seu company, el noi li llença la pilota per començar a jugar. El noi que llença la pilota té una massa m_1 de 65 kg i realitza el llançament des del centre de la pista circular (que té un radi R de 25 m). La pilota té una massa $m = 0.5$ kg, i es llença amb una velocitat $v = 6$ m/s. La pilota descriu una paràbola i es pot considerar que tant el llançament com la posterior rebuda es realitzen a l'altura dels caps dels dos amics. El seu company, de massa m_2 (60 kg), es troba a una distància d de 3.6 m del noi que llença la pilota. Considerarem que $g = 10$ m/s².

- b) Assumint que el fregament entre els peus dels nois i la pista de gel és negligible, què creieu que passarà un cop el noi hagi llençat la pilota? Descriviu el procés de llançament i rebuda de la pilota i els efectes en el moviment de cada noi, tenint en compte els diferents fenòmens i principis de la Física que creus que hi intervenen.
- c) Quin angle forma la velocitat inicial de la pilota amb l'horitzontal?
- d) D'acord amb el que heu raonat a l'apartat b), quina velocitat adquireix el noi després de llançar la pilota?
- e) Quant temps triga el segon noi en rebre la pilota?
- f) Immediatament després de rebre la pilota, el segon noi s'ajup i llença la pilota lliscant per la superfície de la pista (amb la velocitat inicial totalment paral·lela a la superfície de la pista) cap al seu company. Amb quina velocitat ha fet el llançament si la pilota ha arribat al seu amic just quan aquest arribava al final de la pista? Assumiu que entre agafar la pilota, ajupir-se i tornar-la a llençar ha transcorregut un segon i no hi ha pèrdues energètiques en el procés.

En aquest problema s'ha proposat emprar una simplificació respecte a l'acceleració de la gravetat terrestre. Aquest és un procediment típic a l'hora de simplificar els càlculs en molts problemes, però convé saber si és una simplificació adequada o no.

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA

Primera Fase (Problemes) – 2026

- g) Repetiu els càlculs dels apartats c, d i e, considerant ara $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ i estimeu l'error comès en cadascuna de les magnituds calculades a l'haver assumit $g = 10 \text{ m/s}^2$. Raoneu si la simplificació proposada és adequada o no.

OLIMPIADA CATALANA DE FÍSICA
Primera Fase (Problemes) – 2026

Solucions

1.

- a) –
- b) $\ln V(t) = -\frac{1}{\tau}t + \ln V_0$
- c) –
- d) –
- e) –
- f) –
- g) $C \approx 1 \mu\text{F}$

2.

- a) –
- b) Prenem $U_i = 0 \text{ J}$ quan $r \sim \infty$, i aleshores ens queda: $U(r) = -GM_T m/r$
- c) –
- d) $\Delta y \approx 63.7 \text{ km}$
- e) Correspon a la Mesosfera.
- f) $\Delta y \approx 637 \text{ km}$, que es troba al limit de la Termosfera.
- g) $E(r) = -GM_T m/2r$
- h) $\Delta E \approx 1.2 \cdot 10^{10} \text{ J}$

3.

- a) –
- b) –
- c) $\theta = \pi/4$, un angle de 45 graus.
- d) $v_1 \approx 0.0326 \text{ m/s}$
- e) $t = 0.85 \text{ s}$
- f) $v' \approx 3.73 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$
- g) $\varepsilon_\theta \approx 13\%$, $\varepsilon_{v_1} \approx 9.5\%$, $\varepsilon_t \approx 9.68\%$