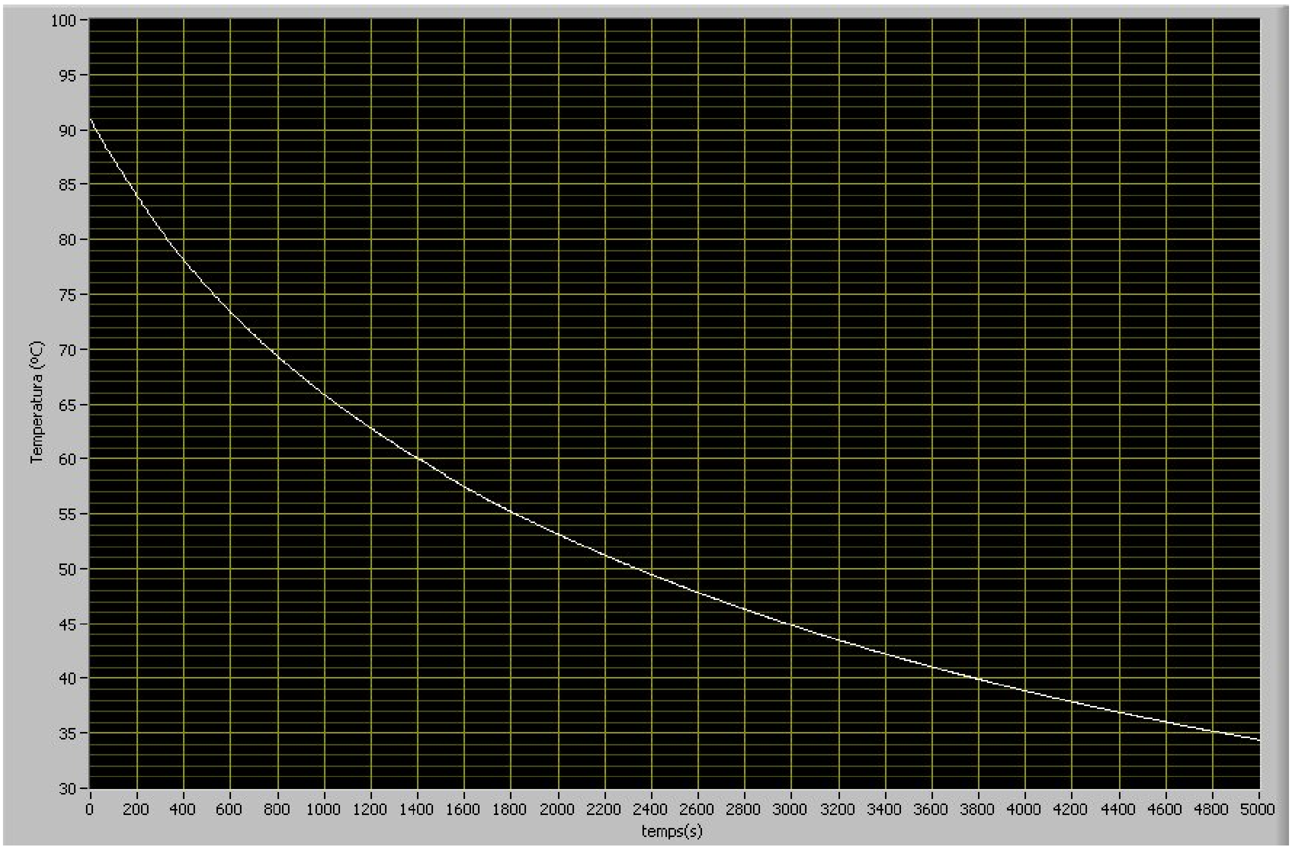
1. **Problema experimental**.

Una patata embolicada amb paper de cuina es va escalfar a la màxima potència d'un microones (900 W) al llarg de 4 minuts i mig. A continuació, es va desembolicar, es va posar sobre un tros de *porexpan* i s'hi va clavar un sensor de temperatura per a enregistrar la corba de refredament. La temperatura es va mesurar al llarg de 5000 segons en intervals de 5 segons, amb el resultat que es mostra a la figura adjunta. Noteu que al cap d'aquest temps, la patata encara no s'havia refredat fins a la temperatura de l'habitació, que era de 18.5 °C.



D'una manera aproximada la corba de refredament correspon a una exponencial d'equació:

$$T(t) = A + Be^{-Ct} \qquad (1)$$

On T és la temperatura i t el temps. Els factors B i C són constants en l'experiment. El terme A és la temperatura al cap d'un temps molt gran, i ha de ser igual a la temperatura ambient, T_a (de l'habitació on s'ha fet l'experiment). Això permet expressar l'equació anterior d'una manera més convenient com:

$$T - T_a = Be^{-Ct} \qquad (2)$$

Considereu la gràfica corresponent al refredament de la figura adjunta:

a) Quin és el valor del factor B de l'equació anterior?

b) En la gràfica, agafeu un nombre raonable de punts (t, T) separats un interval de temps regular i ompliu les columnes d'una taula de la forma següent (deixeu espai per a poder afegir-hi més columnes):

t_0 (s)	T(°C)	$T - T_a$ (°C)
---	---	---
---	---	---
---	---	---
. . .	. . .	. . .

c) Transformeu l'equació (2) en un altra equació, que anomenarem (3), on una funció de $T - T_a$ tingui una dependència linial respecte el temps.

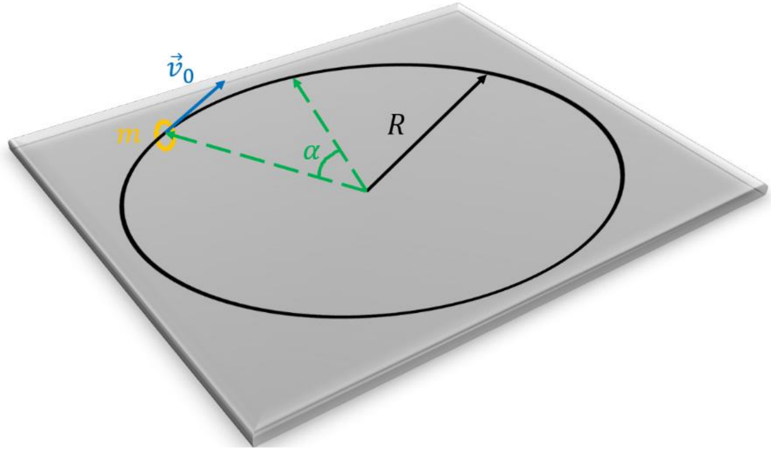
d) Afegiu la columna que sigui necessària a la taula de l'apartat b) per a fer la representació gràfica de la recta que ajusta a l'equació 3 de l'apartat anterior.

e) A partir de la gràfica de l'apartat d) calculeu:

- el valor del factor C de l'equació (2)
- la incertesa en el valor de C

d) Trobeu la velocitat de refredament (en graus/s) quan $t = 1000$ s (indiqueu molt breument el mètode que heu utilitzat).

2. En un laboratori d'Enginyeria Mecànica es disposa d'un petit muntatge experimental que consisteix en una anella de radi molt petit i massa m, que es pot moure seguint un filferro doblegat en forma de circumferència de radi R, que es troba en una pla horitzontal (tal com il·lustra la figura).



Suposant que l'efecte de la gravetat en l'anella és menyspreable:

a) Trobeu el mòdul, direcció i sentit de la força que fa el filferro sobre l'anella, suposant que la força de fregament entre l'anella i el filferro es nul·la, i sabent que en l'instant inicial $t = 0$ s, l'anella es mou amb una velocitat $\vec{v}_0$ tangent al filferro.

Suposeu ara que existeix una força de fregament entre l'anella i el filferro, que ve donada per el coeficient de fregament μ_c.

b) Demostreu que, a causa de l'acció del fregament, la velocitat en funció de l'angle α recorregut per l'anella sobre la circumferència del filferro entre l'instant inicial i un instant de temps t ve donada per l'expressió següent:
$$v(\alpha) = v_0 e^{-\mu_c \alpha}$$
Ajut: feu servir la forma diferencial del teorema treball-energia cinètica ($dW = dE_c$) per a un cert angle girat $d\alpha$.

c) Demostreu que el mòdul de l'acceleració total a la que està sotmesa l'anella és:
$$a(\alpha) = \frac{v^2(\alpha)}{R}\sqrt{1 + \mu_c^2}$$

d) Calculeu la tangent de l'angle β format entre l'acceleració total i la direcció radial.

e) Demostreu que l'angle α girat per l'anella en funció del temps ve donat per:
$$\alpha(t) = \frac{1}{\mu_c} \ln\left(\frac{\mu_c v_0}{R} t + 1\right)$$

f) Demostreu que la velocitat de l'anella decreix asimptòticament cap a zero per a temps molt grans. Feu una representació gràfica (esquemàtica) del comportament de la velocitat amb el temps.

g) Aquest muntatge experimental es tracta d'un prototip que els enginyers del laboratori han dissenyat per a fer una estimació de valors de μ_c entre diferents materials amb els que fan l'anella i el filferro que fa de guia. Descriviu en que consistiria l'hipotètic experiment en que han pensat per a dissenyar aquest muntatge, i com podrien obtenir experimentalment el valor de μ_c.

3. Una nena petita de 25 kg de massa i alçada de 120 cm va equipada amb un casc ($m_{casc} = 200\ g$) mentre viatja sobre un monpatí de 5 kg de massa a una velocitat de 9 km/h.

Si la nena salta del monopatí donant-se un impuls de $12.5 \text{ N} \cdot \text{s}$ verticalment cap a dalt:

a) Quines seran les velocitats de la nena i del monopatí en l'instant immediatament posterior al salt?

La nena no duia el casc ben lligat, de manera que en l'instant que salta aquest li rellisca del cap i descriu un moviment parabòlic.

b) Determineu l'alçada màxima que assolirà el casc i la seva energia mecànica en aquest instant.

c) A quina distància respecte el punt de salt de la nena el casc arribarà a terra? Quant valdrà llavors la seva energia cinètica?

d) On es trobarà el monopatí en el moment de l'impacte?

Si s'hagués donat l'impuls de $12.5 \text{ N} \cdot \text{s}$ lateralment en una direcció perpendicular a la velocitat que portava:

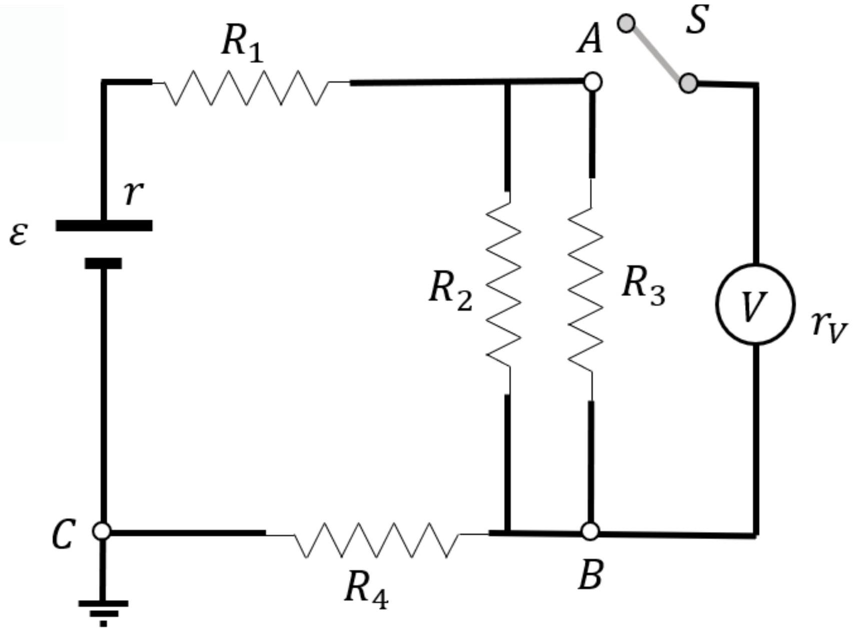
e) Quines haurien estat les velocitats de la nena i del monopatí en l'instant immediatament posterior al salt?

Nota: suposeu negligibles els efectes del fregament.

4. Quan un punt d'un circuit està connectat al terra s'acostuma a considerar com a zero de potencial. Aquesta és una definició molt interessant i important per a diverses aplicacions, com per exemple, en la mesura de la càrrega estàtica en àrees de treball en que es manipulen components electrònics delicats que, si patissin una sobrecarrega, podrien malmentre's.
És per això que, tant en aquestes aplicacions s'empra el que s'anomenen mesuradors de camp, que permeten mesurar el potencial elèctric per a diferents distàncies respecte a la font considerada.
En un taller d'Electrònica volen fer servir un mesurador de camp per a analitzar el camp elèctric creat per una placa metàl·lica plana de un metre quadrat de superfície. Sabent que els tècnics volen mesurar el camp elèctric a distàncies molt petites de la placa, comparades amb la seva superfície:

a) Deduïu una expressió per al potencial elèctric V que depengui de la càrrega elèctrica Q (distribuïda uniformement sobre la superfície) que pot tenir la placa i constants físiques, en un cert punt P situat a una distància r de la placa sobre el seu eix de simetría.

En aquest mateix taller d'Electrònica tenen preparat un circuit per a entrenar al becaris que hi comencen en entendre precissament la importància de les connexions a terra, que comentavem al principi d'aquest exercici. El circuit és el següent:



Amb els valors següents: $\varepsilon = 9$ V, $r = 0.2\ \Omega$, $R_1 = 19.8\ \Omega$, $R_2 = 15\ \Omega$, $R_3 = 60\ \Omega$, i $R_4 = 60\ \Omega$.

A partir d'aquestes dades, es demana a un dels becaris que:

b) Determinar el potencial en els punts A i B, si el punt C es troba connectat al terra.
c) Després de tancar l'interruptor, el voltímetre donara una diferència de potencial lleugerament diferent a la teòrica. Determinar l'error relatiu de la mesura del voltímetre connectat al punt A quan es tanca l'interruptor S. El voltímetre té una resistència interna $r_V = 2.8$ kΩ.

Solucions

1.

a) $B = 72.5\ ^{\circ}\mathrm{C}$[1]
b) –

c) $\ln(T - T_a) = \ln B - Ct$

d) –

e) $C = (3.0 \pm 0.6) \cdot 10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$

f) $v_{refredament} \approx 0.016\ ^{\circ}\mathrm{C/s}$

2.

a) $N = m\frac{v_0^2}{R}$

b) $v(\alpha) = v_0\, e^{-\mu_c \alpha}$

c) $a(\alpha) = \frac{v^2(\alpha)}{R}\sqrt{1 + \mu_c}$

d) $\tan\beta = \mu_c$

e) $\alpha(t) = \frac{1}{\mu_c}\ln\left(\frac{\mu_c v_0}{R}t + 1\right)$

f) $v(t) = \frac{v_0}{\frac{\mu_c v_0}{R}t+1}$

g) –

3.

a) Per a la nena tenim: $v_h = 2.500\ \mathrm{m/s}$, $v_v = 0.496\ \mathrm{m/s}$; i per al monopatí: $v_h = 2.5\ \mathrm{m/s}$

b) $h_{\text{màx}} = 121.3\ \mathrm{cm}$; $E = 3\ \mathrm{J}$

c) $d = 1.37\ \mathrm{m}$; $E_c = 3\ \mathrm{J}$

d) Al mateix lloc que el casc ($d = 1.37\ \mathrm{m}$)

e) Per a la nena tenim: $v_h = 2.500\ \mathrm{m/s}$; $v_v = 0.496\ \mathrm{m/s}$; i per al monopatí: $v_h = 2.5\ \mathrm{m/s}$, $v_\perp = -2.5\ \mathrm{m/s}$

4.

a) $V_P = \int_S\ k\frac{\sigma dS}{R} = k\sigma\int_{-L/2}^{L/2}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2+r^2}}$

b) $V_A \approx 7.043\ \mathrm{V}$; $V_B \approx 5.870\ \mathrm{V}$

c) $\varepsilon_r(\%) \approx 0.37\%$

---

[1] *Noteu que aquest valor és aproximat, ja que si l'equació 1 representa tot el procés de refredament, el valor de B ha d'estar associat a tot el conjunt de punts i no tan sols al primer punt. Si es fa a partir de la representació gràfica de l'apartat d, el valor de B resulta* 65.3 °C.