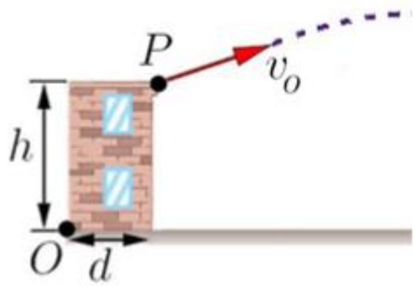
***Nota**: aquesta primera Fase (l'anomenada Fase 0) de la Olimpíada Catalana de Física es va realitzar de forma telemàtica el divendres 17/02/2023, constant d'una primera part de test i una segona de problemes. Aquests problemes presentaven un seguit de dades numèriques diferents per a diferents estudiants, per al cas dels problemes 1, 2 i 3; per al cas del problema 4 (problema experimental) hi havia dues versions dels problemes. En aquest document es presenten solucions per als problemes 1, 2 i 3 prenent un grup de dades concret per a cada problema, que poden diferir de les que us varen tocar. Pel que fa a la resolució del problema experimental, al 50% dels participants se us demanava per a l'eix X i a l'altre 50% per a l'eix Y. Es donen els resultats per a ambdues opcions, identificant cada cas.*

1. Des de dalt d'un edifici d'alçada $h = 40\ \mathrm{m}$ i amplada d, una professora de Física i el seu alumne, llencen un objecte en un cert instant de temps $t_0 \neq 0$ amb una velocitat de mòdul v_0 i que forma un cert angle θ amb el terra. L'objecte duu incorporat un dispositiu electrònic similar a un GPS que els informa en tot moment de la seva posició i velocitat. La posició des de la qual llencen l'objecte l'anomenarem punt P, separat del punt de referència O, tal com il·lustra la figura. En un full de càlcul l'estudiant té les dades següents: per a l'instant $t_1 = 3\ \mathrm{s}$, la velocitat de l'objecte és $(10, 20)\ \mathrm{m/s}$, i per a l'instant $t_2 = 4\ \mathrm{s}$ la seva posició respecte al punt O és $(46, 80)\ \mathrm{m}$. A partir d'aquesta informació, i sabent que en tot moment, l'anemòmetre de la professora ha indicat que bufava un vent lateral en sentit horitzontal que ha frenat a l'objecte amb una acceleració de mòdul $2\ \mathrm{m/s^2}$, i que en el full de càlcul es pren un valor arrodonit per a g de $10\ \mathrm{m/s^2}$ determineu:

   a) El valor de l'instant de temps t_0 (doneu els resultats en segons).
   b) El valor de d (doneu el resultat en metres).
   c) La component de la horitzontal de la velocitat mitjana entre els instants de temps t_1 i t_2 (doneu el resultat en $\mathrm{m/s}$).
   d) La component normal de l'acceleració en el punt més alt de la trajectòria (doneu el resultat en $\mathrm{m/s^2}$).
   e) La component tangencial de l'acceleració en el punt més alt de la trajectòria (doneu el resultat en $\mathrm{m/s^2}$).



2. En el sistema de la figura es deixa anar un bloc de massa $m = 1\ \mathrm{kg}$ en repòs des del punt O. El bloc recorre l'arc circular OA de radi $R = 1\ \mathrm{m}$ i, en arribar al punt A, s'adhereix a una molla de constant $k = 130\ \mathrm{N/m}$. Aleshores, la molla, que inicialment estava en repòs i en la seva posició d'equilibri, queda comprimida una certa distància x fins al punt B, on el bloc queda totalment en repòs. El tram AB té una inclinació $\theta = 36.87°$. Amb aquesta informació es demana determinar:

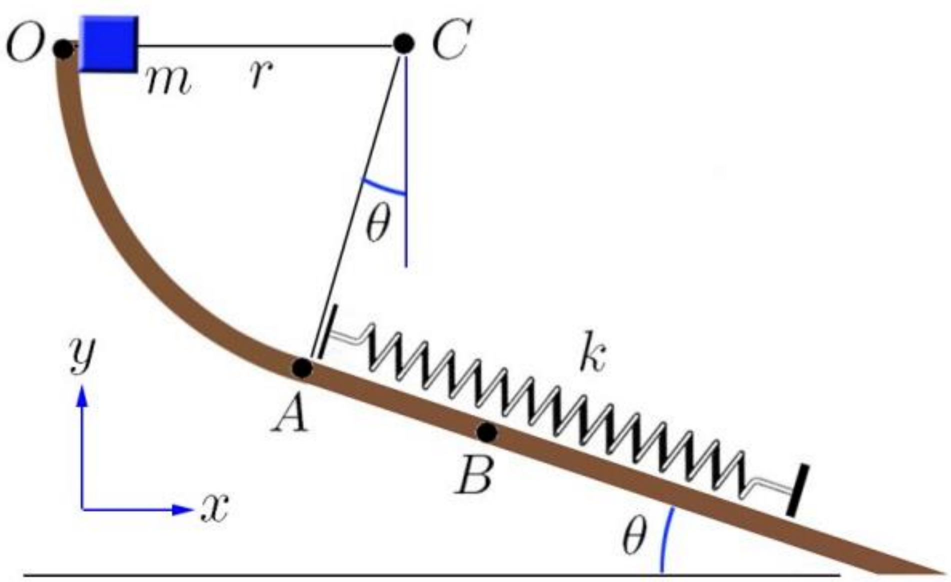
a) El mòdul de la velocitat de l'objecte en el punt A. Doneu el resultat en $\mathrm{m/s}$.

b) La compressió x de la molla. Doneu el resultat en cm.

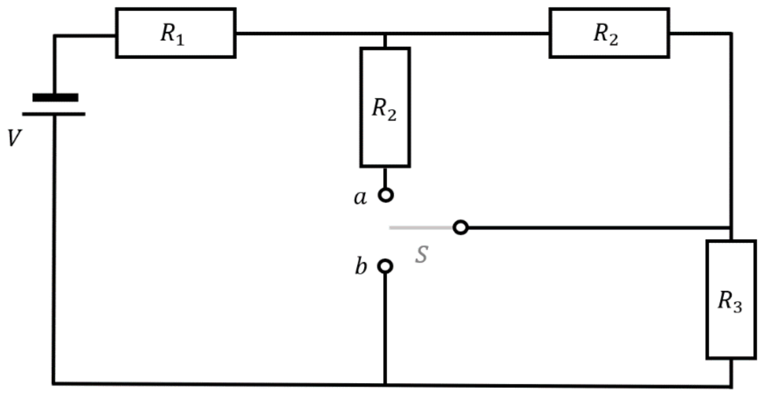
c) El mòdul de l'acceleració del bloc en el punt A. Doneu el resultat en $\mathrm{m/s^2}$.

d) Determinar quina hauria estat la compressió x' de la molla si en el tram AB hi hagués hagut fregament cinètic amb una constant $\mu = \tan\theta$. Doneu el resultat en cm.

Preneu $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.



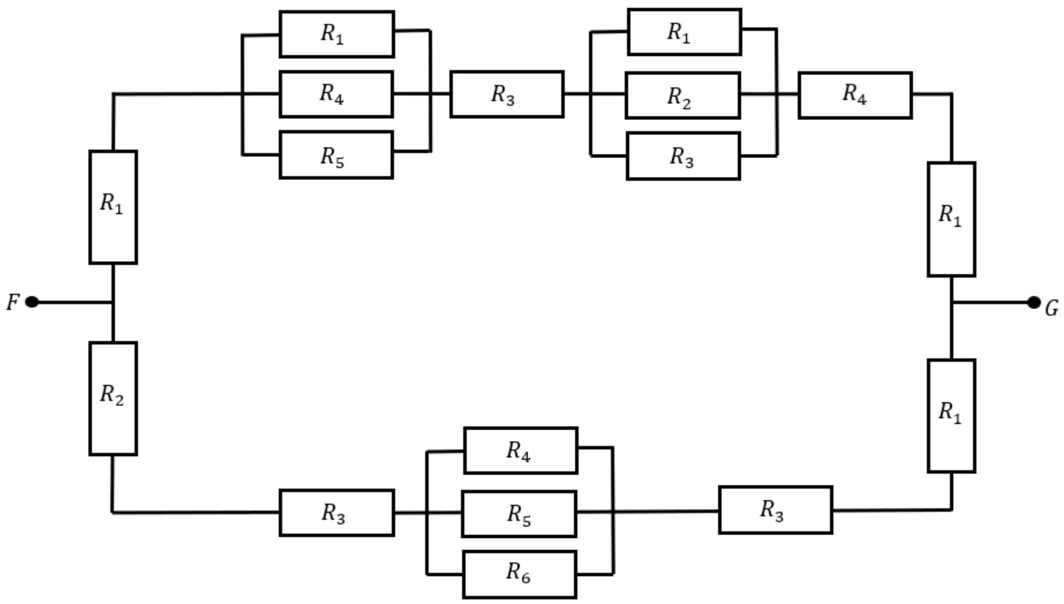
3. Amb una bateria de $6\,\mathrm{V}$ se subministra corrent elèctrica al circuit $\boldsymbol{A}$. Amb un microamperímetre es mesura la intensitat de corrent elèctric que circula per el circuit segons les posicions de l'interruptor S, que correspon a una tipologia coneguda com a "interruptors de doble posició".



A

Quan l'interruptor de doble posició S està obert, el corrent en la bateria és de $1\ \mathrm{mA}$. Quan el tanquem en la posició a, el corrent en la bateria és de $1.2\ \mathrm{mA}$, i quan ho fem en la posició b, l'amperímetre marca $2\ \mathrm{mA}$. A partir d'aquestes dades:

a) Determineu el valor de les resistències R_1, R_2 i R_3.



B

b) Una vegada conegudes aquestes resistències, determinar el valor de la resistència equivalent R_{FG} del circuit B, sabent que $R_4 = 5\mathrm{k}\Omega$, i que $R_6 = 2R_5$, i $R_5 = 3R_3$.

Doneu **TOTS** el resultats en $\mathrm{k}\Omega$.

4. L'any 2018, el físic Arthur Ashkin (1922 – 2020) va ser un dels tres guardonats amb el Premi Nobel de Física per les seves "*significatives aportacions en el camp de la Física del làser*". En particular, Ashkin va rebre el guardó per ser l'inventor dels anomenats *optical tweezers* o "pinces òptiques" en la dècada de 1970.

Una pinça òptica, també coneguda com a "trampa òptica" es tracta d'un feix de llum làser altament focalitzat que permet, mitjançant pressió de radiació, exercir força sobre partícules microscòpiques, el que permet atrapar-les i manipular-les a plaer. Això també permet mesurar forces aplicades a la micro i a la nano escala, aplicant abans la corresponent calibració, que sol ser fer amb potencials quadràtics, ja que les pinces òptiques funcionen com "molles" microscòpiques (segueixen la Llei de Hooke per a desplaçaments petits) en dues dimensions. Aquests potencials sovint tenen una representació matemàtica en dues dimensions com la següent:

$$U(x,y) = \frac{1}{2}k_x(x-x_0)^2 + \frac{1}{2}k_y(y-y_0)^2$$

On k_x i k_y serien les corresponents constants de recuperació de la "molla" (trampa) en cada direcció, i x_0 i y_0 representen la posició de la trampa en el pla. Es pot tractar el problema com la suma de dos potencials harmònics: $U(x,y) = U(x) + U(y)$.

A més, aquestes eines poden incorporar-se fàcilment a microscopis òptics comercials, com els que empren els biòlegs.

Al llarg de les dècades posteriors a l'invenció d'Ashkin, diferents grups de recerca i fins i tot empreses arreu del món han anat millorant les tècniques d'atrapament i també de mesura amb aquests dispositius. Avui en dia pinces òptiques són una eina molt interessant i rellevant en camps com la Física de Baixes Temperatures o la Biofísica i la Mecànica Cel·lular.

Es disposa d'un sistema de pinces òptiques incorporat en un microscopi invertit comercial que permet atrapar microesferes de poliestirè. Aquestes microesferes es troben suspeses en una solució aquosa i, mitjançant el microscopi, es pot veure com presenten unes petites variacions i un "moviment de deriva", causat pel *moviment brownià* intrínsec (***Nota***: el moviment brownià és el moviment aleatori que s'observa en les partícules que es troben immerses en un medi fluid, com a resultat dels xocs amb les molècules que el conformen). Amb un feix làser infraroig (longitud d'ona de 1064 nm) s'atrapa una d'aquestes partícules i s'observa com varia la seva posició entorn la regió d'atrapament en els eixos X i Y, en la pantalla de l'ordinador connectat al microscopi. Les corresponents dades de posició en funció del temps es troben en la taula següent:

x (μm)	y (μm)
0.155	0.170
0.150	0.150
0.160	0.140
0.170	0.170
0.180	0.175
0.190	0.180
0.160	0.185
0.170	0.190
0.180	0.150
0.140	0.160
0.130	0.140
0.120	0.150
0.130	0.170
0.150	0.170
0.160	0.140
0.140	0.170
0.140	0.130
0.150	0.170
0.160	0.170
0.150	0.140

Sabem que la desviació estàndard σ d'aquestes posicions permet calcular els valors de les constants de recuperació, ja que:

$$k = \frac{k_B T}{\sigma^2}$$

On k_B es l'anomenada constant de Boltzmann , que sabem que té un valor de $k_B = 1.380649 \cdot 10^{-23}$ J/K, i T la temperatura a la qual s'ha dut a terme l'experiment.

A partir de les dades de la taula i sabent que l'experiment d'atrapament de la microesfera es va realitzar a una temperatura controlada de 25.7 °C, i que la posició de la trampa en cada direcció es correspon amb la mitjana de la posició de la microesfera:

a) Doneu un valor estimat de les constants k_x i k_y. Doneu els resultats en N/m, amb dues xifres significatives.

b) Representeu el potencial harmònic $U(x, y)$ obtingut a partir dels resultats en la direcció x. És a dir, feu una representació gràfica del primer terme de l'expressió $U(x, y)$ en funció de x. A què us recorda la gràfica obtinguda.? **(La segona versió demanava exactament el mateix, però en la direcció y)**

Seguidament es fa un petit experiment en que es varia la posició x de la partícula respecte a x_0 i s'obtenen els resultats següents:

x (μm)	F (pN)
0.156	1948.344
0.146	1823.250
0.166	2073.439
0.186	2323.628
0.206	2573.816
0.226	2824.005
0.166	2073.439
0.186	2323.628
0.206	2573.816
0.126	1573.061
0.106	1322.873
0.086	1072.684
0.106	1322.873
0.146	1823.250
0.166	2073.439
0.126	1573.061
0.126	1573.061
0.146	1823.250
0.166	2073.439
0.146	1823.250

(**En el cas de la segona opció es demanava fer-ho en la direcció y, és a dir**: Seguidament es fa un petit experiment en que es varia la posició y de la partícula respecte a y_0 i s'obtenen els resultats següents:)

y (μm)	F (pN)
0.179	2491.247
0.139	1934.544
0.119	1656.192
0.179	2491.247
0.189	2630.423
0.199	2769.598
0.209	2908.774
0.219	3047.950
0.139	1934.544
0.159	2212.895
0.119	1656.192
0.139	1934.544
0.179	2491.247
0.179	2491.247
0.119	1656.192
0.179	2491.247
0.099	1377.840
0.179	2491.247
0.179	2491.247
0.119	1656.192

A partir d'aquests resultats:

c) Representeu gràficament la força de la taula anterior en funció de la posició. Quina relació hi veieu?

d) Sabent que aquest model ens dona una força tipus "Llei de Hooke", estimeu el valor de k_x a partir de la gràfica de força en funció de la posició. Per a distingir-lo del valor calculat en l'apartat a), a aquest valor l'etiquetarem com k_{x_2}. Doneu el resultat en N/m, amb dues xifres significatives. **(La segona versió demanava exactament el mateix, però en la direcció y, és a dir, obtenir k_y, que s'anomenaria k_{y_2})**

Solucions

Problema 1.

a) $t_0 = 2\ \mathrm{s}$
b) $d = 26\ \mathrm{m}$
c) $v_{x_m} = 9\ \mathrm{m/s}$
d) $a_n = a_y = -2\ \mathrm{m/s^2}$
e) $a_t = a_x = +10\ \mathrm{m/s^2}$

Problema 2.

a) $v_A = 2\ \mathrm{m/s}$
b) $x = 40\ \mathrm{cm}$
c) $a \approx 17.1\ \mathrm{m/s^2}$
d) $x' = 19.04\ \mathrm{cm}$

Problema 3.

a) $R_1 = 1\ \mathrm{k\Omega}, R_2 = 2\ \mathrm{k\Omega}, R_3 = 3\ \mathrm{k\Omega}$
b) $R_{FQ} = 23.62\ \mathrm{k\Omega}$

Problema 4.

a) $k_x = 12.51\ \mathrm{N/m}, k_y = 13.91\ \mathrm{N/m}$
b) –
c) –
d) $k_{x_2} = 12.50\ \mathrm{N/m}$, $k_{y_2} = 13.92\ \mathrm{N/m}$