OLIMPÍADA CATALANA DE FÍSICA 2021 – FASE 0

PROBLEMA 1

El problema 1 té dues variants. Aquest problema val un total de 5 punts sobre la nota final de l'examen.

Variant 1. Un cotxe de massa m kg circula a una velocitat constant de v km/h. De cop i volta, el conductor decideix frenar el cotxe per a parar-lo, invertint un total de t segons en el procés. Determineu el valor del treball, en Joules, realitzat pels frens del vehicle en el procés de frenada.

Expresseu el resultat en notació científica i amb tres xifres significatives. Per exemple: 1.234·10^5.

Alerta!: en l'enunciat original, posava "realitzat per el motor del vehicle". Alguns alumnes, de manera molt encertada, ens van comentar que hauria de ser "pels frens", i es va fer aquesta correcció.

El problema es podia resoldre, tant per dinàmica com per energies.

Per dinàmica, es calculava l'acceleració i la distància recorreguda, d'aquesta manera, s'obté el resultat demanat:

$$W = -ma\Delta x$$

Per energies, aplicant el Teorema del Treball i l'Energia cinètica, simplement es té: $W = \Delta E_c \Rightarrow W = -\frac{1}{2}mv_0^2$.

Variant 2. Des d'una alçada de y_0 cm des del terra llancem un objecte de massa m g verticalment cap amunt amb una velocitat de v m/s. Determineu el valor del treball, en Joules, realitzat pel pes de l'objecte en el procés de pujada des de la mà fins a l'alçada màxima que assoleixi l'objecte.

Doneu el resultat numèric amb cinc xifres significatives.

Alerta!: en l'enunciat original, a alguns estudiants, només els sortia fins a "procés", sense l'explicació de "de pujada des de la mà fins a l'alçada màxima que assoleixi l'objecte". Això s'ha tingut en compte en la correcció per a garantir la igualtat en l'avaluació.

Anàlogament a la variant anterior, podem resoldre-ho de dues maneres diferents.

Tenint en compte que l'objecte es detura en assolir l'alçada màxima, es pot determinar aquesta alçada i simplement:

$$W = -mg\Delta y$$

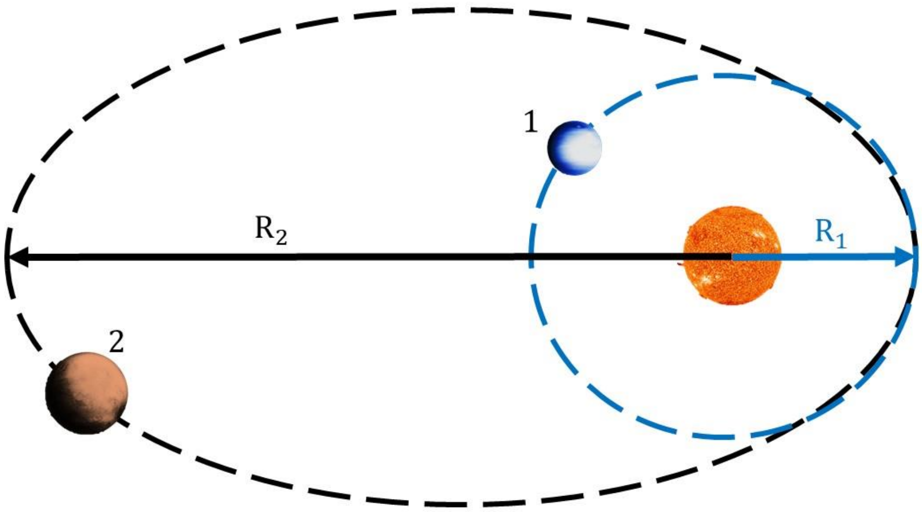
En segon lloc, mitjançant el Teorema del Treball-Energia Cinètica:

$$W = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

PROBLEMA 2

Aquest problema val 5 punts sobre la nota final.

Dos planetes de masses iguals orbiten al voltant d'una estrella (tipus gegant vermella) de massa molt major, tal i com il·lustra la figura. El planeta 1 descriu una òrbita circular de radi R_1 km amb un període de rotació de T_1 anys, mentre que el planeta 2 descriu una òrbita el·líptica.



La distància més propera del planeta 2 a l'astre central és de R_1 km, mentre que la distància més allunyada correspon a un valor de R_1 km. Quin és el període de rotació T_2 del planeta 2? Doneu el resultat en anys, amb tres xifres significatives.

De la Tercera Llei de Kepler:

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

I així:

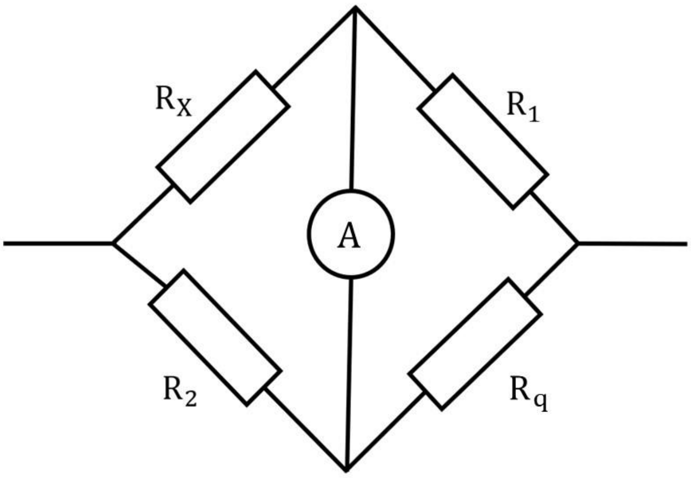
$$T_2 = T_1\sqrt{\frac{R_2^3}{R_1^3}}$$

PROBLEMA 3

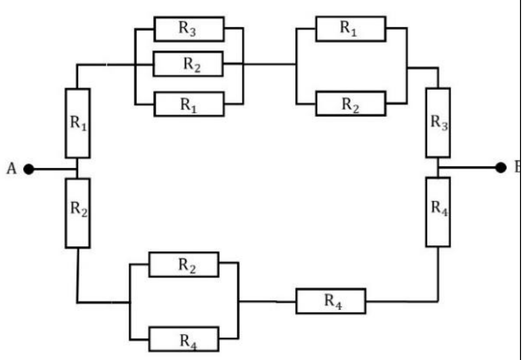
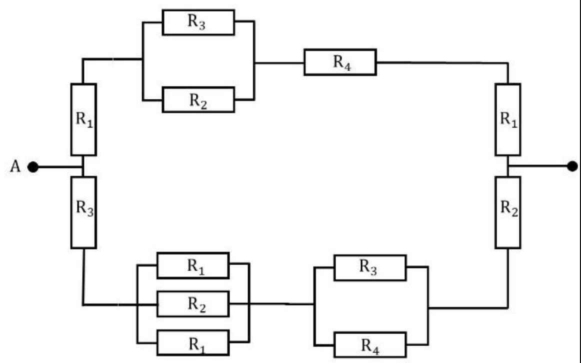
Aquest problema val 10 punts sobre la nota final i té dues variants diferents. L'enunciat és el mateix però solament canvien els circuits.

Un pont de Wheatstone és un muntatge experimental que fou ideat pel físic anglès Charles Wheatstone (1802 – 1875) l'any 1843. Es tracta d'un dispositiu experimental per a la mesura de resistències elèctriques de manera ràpida i precisa: s'escullen les resistències de tal manera que la lectura del amperímetre sigui de 0 A.

Volem determinar el valor de la resistència R_X del següent pont de Wheatstone:



On la R_q correspon al valor de la resistència equivalent del següent circuit elèctric (és a dir, la resistència equivalent entre els punts A i B):

VARIANT 1	VARIANT 2
	

Considereu el circuit de la figura adjunta amb els valors següents: cada alumne tenia uns valors numèrics diferents. Totes les resistències estan en Ohms (Ω).

Determineu la resistència equivalent R_q del segon circuit i el valor de la resistència R_X del pont de Wheatstone. Preneu els mateixos valors de R_1 i R_2 tant pel circuit com pel pont.

Expresseu tots els resultats en Ohms.

En ambdues variants, la part referent al pont donava, un cop determinat el valor de R_q:

$$R_X = \frac{R_1 R_2}{R_q}$$

<u>Variant 1.</u>

Comencem per l'associació en paral·lel del grup de tres resistències de la branca superior:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1 R_2 R_3} \Rightarrow F_1 = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

I per a la parella de resistències de la seva dreta:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \Rightarrow F_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

I l'altra parella de resistències en paral·lel de sota:

$$\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} = \frac{R_2 + R_4}{R_2 R_4} \Rightarrow F_3 = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}$$

I fent l'associació total:

$$R_q = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{2R_4} + \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} + \frac{1}{F_3}}$$

<u>Variant 2.</u>

Comencem per l'associació en paral·lel del grup de tres resistències de la branca inferior:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_1} = \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 R_2} \Rightarrow F_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + 2R_2}$$

I per a la parella de resistències de la seva dreta:

$$\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{R_3 + R_4}{R_3 R_4} \Rightarrow F_2 = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

I l’altra parella de resistències en paral·lel de sota:

$$\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}=\frac{R_2+R_3}{R_2R_3}\Rightarrow F_3=\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$$

I fent l’associació en sèrie total:

$$R_q=\frac{1}{\frac{1}{2R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}+\frac{1}{F_3}}$$

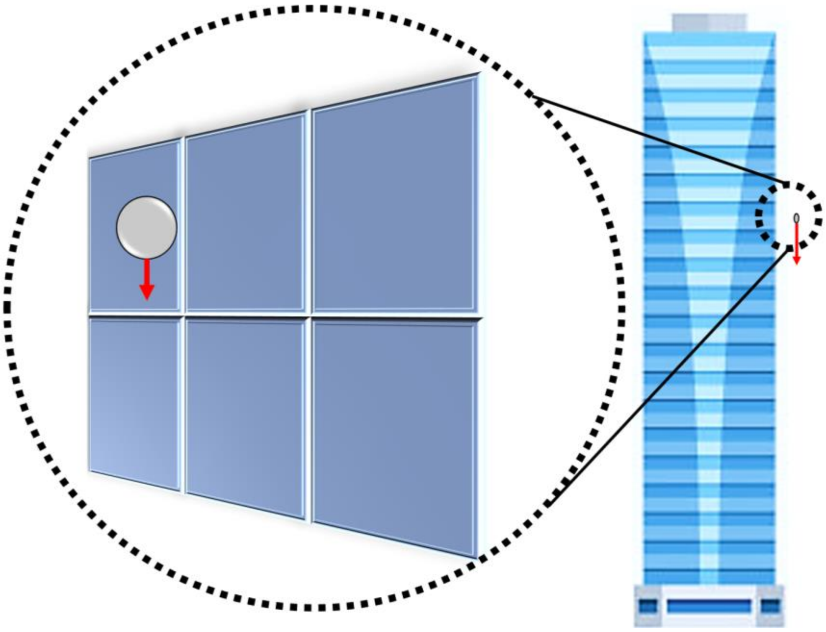
PROBLEMA 4

Aquest problema val 10 punts sobre la nota final i té dues variants diferents. A cada alumne li sortia una ubicació geogràfica diferent i les dades numèriques eren diferents.

En alguns països tenen gratacels altíssims. Concretament, a la UBICACIÓ en tenen un els pisos del qual tenen d metres d'alçària i tota la façana son finestres també de d metres. En un dels pisos tenen instal·lat un bon sistema de seguretat que grava la imatge del que es veu per la finestra i té un sensor de pressió molt sensible en el centre d'aquesta.
Un dia d'estiu es desprèn una peça del sostre de l'edifici que cau fins a terra passant davant de la finestra que té el sistema d'alarma.

La gravació diu que va aparèixer en l'extrem superior de la finestra a les HH : MM : t_i, va desaparèixer a les HH : MM : t_f i que a les HH : MM : t_{so} es nota una vibració en el vidre.
Determina l'alçada h, en metres, de l'edifici, així com el pis en el qual hi ha instal·lat el sistema de seguretat.
Suposa que sobre la peça que cau no actua cap altra força que la gravetat.

Determina la diferència de temps, en segons, en la detecció de la vibració en la finestra, si tot això succeís en un país escandinau, a una temperatura ambient *T* ºC, i suposant que la gravetat fos idèntica en aquest país que a la UBICACIÓ.



Compteu els pisos des de la planta baixa, és a dir, la planta baixa és el pis 1. Cerqueu totes les dades que us manquin a través de la xarxa i després anoteu-ho en el document escanejat que enviareu en PDF, ficant el valor numèric i la font d'on l'heu extret.

Comencem tot calculant la velocitat de la peça quan arriba a la finestra.
Sigui $\Delta t = t_f - t_i$, l'interval de temps davant de la finestra a la que arriba amb una velocitat v_i desconeguda. En aquest interval ha caigut una distància h:

$$h = v_i \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2 \qquad \rightarrow \qquad v_i = \frac{h - {}^1/_2 g \Delta t^2}{\Delta t}$$

on la velocitat inicial pel següent càlcul v_i està referida a l'extrem superior de la finestra.

Ara calculem el temps T_c que triga la peça arribar a terra des de l'extrem superior de la finestra:

Sigui d la distància entre l'extrem superior de la finestra i el terra:

$$d = v_i T_c + \frac{1}{2} g T_c^2$$

La distància des del terra al punt central de la finestra serà $d\text{-}h/2$ i per tant el so trigarà en arribar-hi un temps T_{so} que complirà :

$$d - h/2 = v_{so} T_{so}$$

on v_{so} és la velocitat del so a la temperatura del aire.

La tercera equació és que $T_c + T_{so} = t_{so} - t_i = \Delta T$ és el temps transcorregut des de que apareix la peça fins que el sensor recull la vibració.

Aïllant i substituint en la primera equació, podem escriure:

$$\frac{1}{2} g T_c^2 + (v_i + v_{so}) T_c - \left(v_{so} \Delta T + \frac{h}{2} \right) = 0$$

Que és una equació de segon grau amb només una solució amb sentit físic:

$$T_c = \frac{\sqrt{(v_i + v_{so})^2 + 2g\left(v_{so} \Delta T + \frac{h}{2} \right)} - (v_i + v_{so})}{g}$$

Càlcul del número del pis:

L'alçària del punt mig de la finestra serà $d - h/2 = v_{so}(\Delta T - T_c)$ que dividit per l'alçària de cada pis i convenientment arrodonit coneixent que el pis número 1 està entre 0 i h metres permet respondre a la primera pregunta.

Càlcul de l'alçària de l'edifici:

La peça arriba a la part superior de la finestra amb la velocitat v_i trobada més amunt. Des del punt de sortida de la teulada, amb velocitat zero, haurà caigut un cert temps que anomenem T_a i es complirà que $v_i = gT_a$, i aleshores el temps total que està caient la peça és $T_a + T_c$, per tant la alçària total del gratacels serà:

$$H = \frac{1}{2} g (T_a + T_c)^2$$

Una manera alternativa seria sumant a la distància d l'espai recorregut per la peça caient des de la teulada fins la part superior de la finestra, *D*, que podem trobar de la relació:

$$v_i = \sqrt{2gD}$$

i obtindríem *H* = *d* + *D*.

Efecte de la temperatura:

El gratacels estarà construït per una barreja de formigó, acer i vidre. Els coeficients de dilatació de aquests tres materials són de l'ordre de (10, 12 i 4) x10^{-6} per grau kelvin, si suposem una variació de 50 K entre un país i l'altre, com a màxim hi haurà un efecte de la dilatació total de 0,6 mm que no tindrà cap efecte.
Com se'ns diu que la gravetat és la mateixa, l'únic efecte important deu de ser la velocitat del so, que segons la Viquipèdia es pot expressar com $v = 331+0{,}61T$, on T és la temperatura en graus centígrads. A 40ºC v_{so} = 355 m/s i a -10ºC v_{so} = 325 m/s, que és una variació relativa del 8,5%. Això vol dir que T_{so} tindrà un retard del 8,5% respecte al primer càlcul.
Fixeu-vos que com T_c no varia, el retard total ΔT no canvia en la mateixa proporció.

PROBLEMA 5 (experimental)

Aquest problema val 10 punts sobre la nota final i té dues variants diferents. L'enunciat és el mateix però solament canvien les dades experimentals i la freqüència.

El làser polsat és una eina molt potent en moltes aplicacions científiques. Cal destacar el seu ús en el processat de materials: neteja, modificació de superfícies, gravat, etc.

Típicament es projecta i desplaça el feix làser sobre la superfície de la mostra mitjançant un escàner, com il·lustra la figura A.

La figura B il·lustra l'àrea tractada (cercle de radi r) amb el làser sobre la mostra.

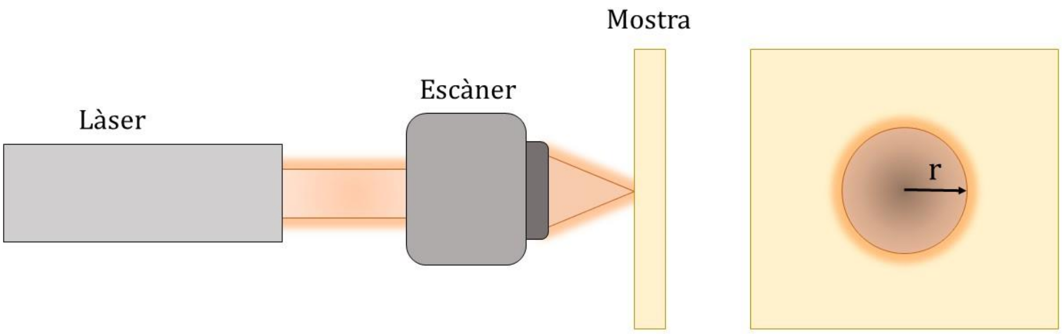


Fig. A

Fig. B

En els experiments de processat de materials amb radiació làser, un paràmetre clau és la fluència del làser, definida com:

$$F = \frac{2E}{\pi r^2}$$

On r és el radi del punt on impacta el feix i E és l'energia del pols làser, que està relacionada amb la potència de sortida del pols segons:

$$P = E \cdot f$$

On f és la freqüència de repetició del làser (en Hz).

En un experiment de processat de materials a una freqüència de f kHz s'han mesurat els valors de fluència i potència següents:

Representeu gràficament (en el paper mil·limetrat facilitat prèviament) la gràfica *F* vs *P* i doneu el valor del radi r, en micròmetres (μm), de l'àrea tractada sobre la mostra.

Doneu el resultat amb dues xifres significatives.

Variant 1. $f = 20$ kHz

$\boldsymbol{P}$ (mW)	$\boldsymbol{F}\ \left(\frac{\mathbf{mJ}}{\mathbf{cm^2}}\right)$
30	239
67	533
97	772
105	846
122	971
133	1058
145	1154
154	1225
160	1273
166	1321
187	1488
206	1640

Per tant: $r \approx 63\ \mu\mathrm{m}$.

Acceptem valors entre 60 i $65\ \mu\mathrm{m}$.

Variant 2. $\mathrm{f} = 100$ kHz

$\boldsymbol{P}$ (mW)	$\boldsymbol{F}\ \left(\frac{\mathbf{mJ}}{\mathbf{cm^2}}\right)$
35	557
62	988
82	1305
108	1719
122	1942
146	2324
166	2642
188	2992
210	3342
232	3692
252	4011
272	4329

Per tant: $r \approx 20\ \mu\mathrm{m}$.

Acceptem valors entre 19 i $21\ \mu\mathrm{m}$.