QÜESTIÓ Q1

Q1.- S'observa que al deixar caure una pedra en un pou el so que es produeix com a conseqüència del xoc amb l'aigua arriba 3 segons després de l'instant de llançament. Quina serà la profunditat a que es troba la superfície de l'aigua?
Dades: velocitat del so en l'aire: 337 m/s ; g = 9,8 m/s^2.

El temps transcorregut T serà la suma del temps t_1 que triga la pedra en xocar amb l'aigua, que està a una fondària p, més el temps t_2 que triga el só en arribar fins l'observador.

Per trobar t_1 estem davant d'un moviment uniformement accelerat amb acceleració g, moviment de caiguda lliure, i velocitat inicial zero, la pedra es deixa caure. La relació entre el temps i l'espai recorregut és $x=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2x}{g}}$. En la nostre nomenclatura $t_1=\sqrt{\frac{2p}{g}}$.

Per trobar t_2 estem davant d'un moviment uniforme, el so avança a velocitat constant v_s. El temps per recórrer la distància p serà $t_2=\frac{p}{v_s}$.

L'enunciat ens diu que el temps total $T = 3$ s, per tant
$T=t_1+t_2=\sqrt{\frac{2p}{g}}+\frac{p}{v_s} \Rightarrow \frac{p}{v_s}+\sqrt{\frac{2p}{g}}-T=0 \Rightarrow p+\sqrt{\frac{2v_s^2}{g}}\sqrt{p}-v_sT=0$ si fem $\sqrt{p}=x$, obtenim una equació de segon grau $x^2+\sqrt{\frac{2v_s^2}{g}}x-v_sT=0$ amb solucions: $x=\dfrac{-\sqrt{\frac{2v_s^2}{g}}\pm\sqrt{\frac{2v_s^2}{g}+4v_sT}}{2}$.

Observis que l'expressió es dimensionalment correcta ja que $\frac{v_s^2}{g}$ té dimensions de longitud al igual que Tv_s.

De les dues solucions possibles una és positiva $x_1=\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2v_s^2}{g}+4v_sT}-\sqrt{\frac{2v_s^2}{g}}\right)$, i l'altre negativa $x_2=-\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2v_s^2}{g}+4v_sT}+\sqrt{\frac{2v_s^2}{g}}\right)$. Cadascuna d'elles permet trobar un valor de p, que sempre serà positiu.

Substituint valors, tenim que $\frac{2v_s^2}{g}=\frac{2\cdot 337}{9.8}=23178\text{ m}$ i que $4Tv_s=4\cdot 3\cdot 337=4044\text{ m}$, per tant

$$x_1=\frac{1}{2}\left(\sqrt{23178+4044}-\sqrt{23178}\right)=6.37 \Rightarrow p_1=x_1^2 \Rightarrow p_1=40.63\text{ m} \text{ i}$$

$$x_2=-\frac{1}{2}\left(\sqrt{23178+4044}+\sqrt{23178}\right)=-158.61 \Rightarrow p_2=x_2^2 \Rightarrow p_2=25158.72\text{ m}.$$

Aquest segon resultat no té sentit perquè els temps que surten son: $t_1=71.65$ s i $t_2=74.65$ s.

Per veure on estem introduint una solució no física, és millor tornar a l'equació original i treballar-la una mica diferent.

$$T = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2p}{g}} + \frac{p}{v_s} \Rightarrow T - \frac{p}{v_s} = \sqrt{\frac{2p}{g}} \Rightarrow \left(T - \frac{p}{v_s}\right)^2 = \frac{2p}{g} \Rightarrow p^2 - 2\left(Tv_s + \frac{v_s^2}{g}\right) + \left(Tv_s\right)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = Tv_s + \frac{v_s^2}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_s^2}{g}\right)^2 + 2Tv_s\frac{v_s^2}{g}} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} p_1 = 40.63 \text{ m} \\ p_2 = 25158.72 \text{ m} \end{array}\right\}$$

els mateixos resultats d'abans.

Noteu que en el desenvolupament de dalt hem fet $T - \frac{p}{v_s} = \sqrt{\frac{2p}{g}} \Rightarrow \left(T - \frac{p}{v_s}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{2p}{g}}\right)^2$, on suposem que $t_1 = \sqrt{\frac{2p}{g}} > 0$. Si t_1 fos negatiu, en fer el quadrat ens sortiria exactament la mateixa equació i per tant matemàticament és una possibilitat que no té sentit físic. Observeu que si agafem $t_1 = -71.65\text{ s}$, el temps total T surt 3 s tal com demana l'enunciat.

QÜESTIÓ Q2

Q2.- Les masses de dos cossos A i B són de 1 kg i 2 kg respectivament. Acostem els dos blocs, tot comprimint una molla que està entre ells, i els deixem anar sobre una superfície horitzontal polida. La molla, que està lliure i no té massa, cau sobre la superfície horitzontal deixant d'actuar sobre els cossos i el bloc B surt amb una velocitat de 0.5 m/s. Amb quina velocitat sortirà el bloc A? Quina quantitat d'energia potencial tenia la molla comprimida?

Les forces que actuen sobre els cossos A i B provenen de la compressió de la molla i son dues forces del mateix mòdul i direcció però sentit diferent. Aquestes forces son internes al sistema i per tant no modifiquen la quantitat de moviment total. Inicialment, les masses estan quietes, la quantitat de moviment de cadascuna d'elles és zero i la total també; quan es mouen han de tenir quantitat de moviment total zero i per tant si la B, de massa 2 Kg que es mou amb una velocitat de 0.5 m/s, te una quantitat de moviment de 1 kg m/s, la massa A ha de tenir la mateixa quantitat de moviment en sentit contrari, i com ens diuen que la seva massa és de 1 Kg, el cos A es mourà amb una velocitat de 1m/s en la mateixa direcció i sentit oposat que la velocitat de B

L'energia es conserva. Inicialment els cossos estan quiets i la molla comprimida, per la qual cosa només hi ha l'energia potencial de la molla. Un cop la molla s'ha descomprimit totalment, només hi la l'energia cinètica dels cossos, que serà

$$E_c = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0.5^2 = 0.75 \text{ J}.$$

Per tant l'energia potencial de la molla comprimida es 1.5 J.

QÜESTIÓ Q3

Q3.- Quan els glaçons que floten en un got d'aigua es fonen, varia el nivell de líquid? Augmentarà doncs el nivell del mar si com a conseqüència del canvi climàtic el gel que flota en l'oceà Àrtic es fon? I si el que es fon és el gel de l'Antàrtida (recorda que en aquest cas es tracta d'un continent).
Ajut: "Tot cos submergit en un fluid experimenta una força vertical i cap amunt igual al pes del fluid desallotjat" (Principi d'Arquímedes)

Un glaçó té una part submergida en l'aigua i una part que no ho està. Degut al principi d'Arquímedes, el volum de l'aigua desplaçada per la part submergida del glaçó és igual al pes de **tot** el glaçó, recordem que la densitat del gel és més petita que la de l'aigua. Quan el gel del glaçó es desfà, no varia la massa però si el volum, que es fa més petit. El volum que ocupa l'aigua provenint del glaçó pesa exactament el pes del glaçó abans de desfer-se, i més amunt hem dit que era igual al pes de l'aigua desallotjada per la part submergida del glaçó. Per tant l'aigua de **tot** el glaçó ocupa el volum de la part submergida del glaçó, el nivell de l'aigua no varia.

Quan el canvi climàtic faci desaparèixer tot el gel de l'oceà Àrtic, un glaçó immens, no variarà el nivell del mar. Per l'altre banda el gel de l'Antàrtida no es pot considerar un glaçó que flota en l'aigua, és gel situat sobre terra; quan el canvi climàtic faci desaparèixer tot el gel de l'Antàrtida si que pujarà el nivell del mar perquè el principi d'Arquímedes no es pot aplicar a gel situat sobre terra.

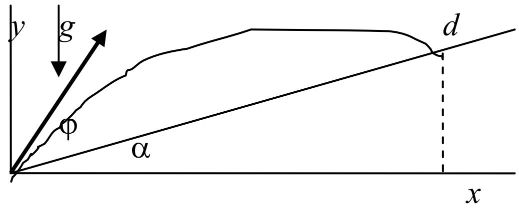
PROBLEMA P1

P1.- Disparem un projectil amb una velocitat inicial *V* que forma un angle *φ* respecte l'horitzontal sobre un terreny que fa pujada i està inclinat un angle α <φ respecte l'horitzontal. Demostreu:

a) Que l'abast *d* (distància mesurada sobre el terreny inclinat) ve donat per l'expressió: d = 2V^2 [cos*φ* sin*φ* – cos^2*φ* tan*α*] / g cos*α*

b) Que per uns valors fixats de *V i α*, l'abast màxim correspon a un angle *φ* tal que: tan 2*φ* = - cot*α*

Ajut: cos 2*φ* = cos^2*φ* – sin^2*φ* ; sin 2*φ* = 2 sin*φ* cos*φ*



Agafant coordenades horitzontal (*x*) i vertical (*y*) i origen el punt de sortida, l'equació del terreny que fa pujada es pot escriure

$$y = \tan\alpha\ x \qquad (1)$$

Per altre banda, les equacions de la trajectòria del tir parabòlic son:

$$\left.\begin{aligned} x &= V\cos\varphi\ t \\ y &= V\sin\varphi\ t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

ja que es tracta d'un moviment uniforme en la direcció horitzontal i un moviment accelerat *g* en la vertical.

Substituint (1) en (2), tenim:

$$\left.\begin{aligned} x &= V\cos\varphi\ t \\ x\tan\alpha &= V\sin\varphi\ t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left. t = \frac{x}{V\cos\varphi} \right\} \Rightarrow x\tan\alpha = V\sin\varphi\,\frac{x}{V\cos\varphi} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V\cos\varphi}\right)^2 =$$

$$= \tan\varphi\ x - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{V^2\cos^2\varphi} \Rightarrow \tan\varphi - \tan\alpha = \frac{1}{2}g\frac{x}{V^2\cos^2\varphi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2(\tan\varphi - \tan\alpha)\cos^2\varphi}{g}V^2 = \frac{2V^2\left(\cos\varphi\sin\varphi - \cos^2\varphi\tan\alpha\right)}{g}$$

Hem trobat la coordenada *x* del punt on el projectil xoca amb el terreny; per trobar l'abast sobre el terreny *d*, hem de recordar la relació trigonomètrica $x = d\cos\alpha$, per tant

$$d = \frac{x}{\cos\alpha} = \frac{2V^2\left(\cos\varphi\sin\varphi - \cos^2\varphi\tan\alpha\right)}{g\cos\alpha} \qquad (3)$$

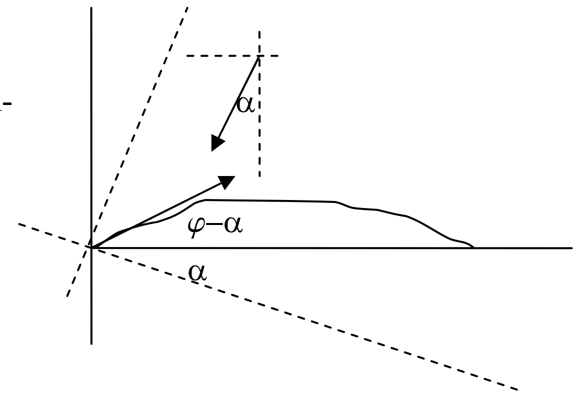
Per trobar l'angle φ a que correspon el màxim abast, hem de derivar (3) respecte a φ i imposar la condició de màxim o mínim, que la derivada primera sigui nul·la. Tindrem:

$$\frac{\mathrm{d}d}{\mathrm{d}\varphi} = \frac{2V^2}{g\cos\alpha}\left[-\sin^2\varphi + \cos^2\varphi + 2\cos\varphi\sin\varphi\tan\alpha\right]$$

$$\frac{\mathrm{d}d}{\mathrm{d}\varphi} = 0 \Rightarrow 0 = \left[-\sin^2\varphi + \cos^2\varphi + 2\cos\varphi\sin\varphi\tan\alpha\right] = \cos 2\varphi + \sin 2\varphi\tan\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos 2\varphi = -\sin 2\varphi\tan\alpha \Rightarrow -\frac{1}{\tan\alpha} = \frac{\sin 2\varphi}{\cos 2\varphi} \Rightarrow -\cot\alpha = \tan 2\varphi$$

Aquest problema es pot fer d'una forma diferent agafant un sistema de coordenades girat respecte al d'abans. Podem agafar coma eix x el pla inclinat, l'eix y serà perpendicular a l'anterior. La velocitat inicial surt ara fent un angle φ-α respecte a l'eix x i la gravetat té unes components que valen $g_x = -g\sin\alpha$ i $g_y = -g\cos\alpha$



El moviment serà ara accelerat en les dues direccions,

$$\left.\begin{aligned} x &= V\cos(\varphi-\alpha)t - \frac{1}{2}g\sin\alpha t^2 \\ y &= V\sin(\varphi-\alpha)t - \frac{1}{2}g\cos\alpha t^2 \end{aligned}\right\}$$

La condició per trobar l'abast serà trobar el temps per tal que la *y* valgui zero i substituir aquest valor en l'expressió de *x*.

$$V\sin(\varphi-\alpha)t = \frac{1}{2}g\cos\alpha t^2 \Rightarrow \left.\begin{aligned} t &= 0 \\ t &= \frac{2V\sin(\varphi-\alpha)}{g\cos\alpha} \end{aligned}\right\}$$

$$d = V\cos(\varphi-\alpha)\frac{2V\sin(\varphi-\alpha)}{g\cos\alpha} - \frac{1}{2}g\sin\alpha\left(\frac{2V\sin(\varphi-\alpha)}{g\cos\alpha}\right)^2 =$$

$$= \frac{2V^2}{g\cos\alpha}\left(\cos(\varphi-\alpha)\sin(\varphi-\alpha) - \tan\alpha\sin^2(\varphi-\alpha)\right)$$

Hem de demostrar ara que aquest resultat coincideix amb el d'abans. N'hi ha prou amb veure que

$$\cos(\varphi-\alpha)\sin(\varphi-\alpha) - \tan\alpha\sin^2(\varphi-\alpha) = \cos\varphi\sin\varphi - \cos^2\varphi\tan\alpha$$

Fem-ho a trossos:

$$\cos(\varphi-\alpha)\sin(\varphi-\alpha) = (\sin\varphi\cos\alpha - \cos\varphi\sin\alpha)(\cos\varphi\cos\alpha + \sin\varphi\sin\alpha) =$$

$$= \sin\varphi\cos\varphi\cos^2\alpha^{\langle 1\rangle} + \sin^2\varphi\cos\alpha\sin\alpha^{\langle 2\rangle} - \cos^2\varphi\cos\alpha\sin\alpha^{\langle 3\rangle} - \sin\varphi\cos\varphi\sin^2\alpha^{\langle 4\rangle}$$

$$\tan\alpha\sin^2(\varphi-\alpha) = \tan\alpha(\sin\varphi\cos\alpha - \cos\varphi\sin\alpha)^2 =$$

$$= \sin^2\varphi\cos\alpha\sin\alpha^{\langle 5\rangle} + \cos^2\varphi\sin^2\alpha\tan\alpha^{\langle 6\rangle} - 2\sin\varphi\cos\varphi\sin^2\alpha^{\langle 7\rangle}.$$

Restant tenim que:

els termes $\langle 2\rangle$ i $\langle 5\rangle$ s'anul·len.

el factor 2 del terme $\langle 7\rangle$ se'n va amb el terme $\langle 4\rangle$ i el que queda es suma amb el terme $\langle 1\rangle$

quedant $\sin\varphi\cos\varphi\left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right) = \sin\varphi\cos\varphi$ (a).

Els termes $\langle 3\rangle$ i $\langle 6\rangle$ donen

$-\cos^2\varphi\left(\cos\alpha\sin\alpha + \sin^2\alpha\tan\alpha\right) = -\cos^2\varphi\left(\tan\alpha\left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right)\right) = -\cos^2\varphi\tan\alpha$ (b)

En resum, sumant (a) i (b) tenim $\sin\varphi\cos\varphi - \cos^2\varphi\tan\alpha$, que és lo que volíem demostrar.

PROBLEMA P2

P2.- Un avió realitza un vol per sobre de l'Equador amb una velocitat de 900 km/h respecte el terra en direcció Est. Una de les hostesses, preocupada per mantenir la línia, es pesa en ple vol. En el viatge de tornada, també en el pla equatorial a 900 km/h però en direcció Oest, es torna a pesar i descobreix horroritzada que la bàscula marca 1/2 kg més!!!

a) S'ha engreixat? Hi ha altres causes?

b) Podem trobar el pes de l'hostessa amb aquesta informació? Si es així, troba'l.

Ajuts: La velocitat de l'avió des d'un sistema que no gira amb la Terra és diferent en el viatge de anada i de tornada. La bàscula marca la força normal.

Dades: g=9.8 m/s^2 , 1 dia = 86 400 s.

L'hostessa està en un sistema de referència no inercial ja que l'avió gira al voltant del centre de la Terra amb un moviment circular uniforme.

La Terra gira en sentit Oest-Est amb una velocitat angular de $\omega_T = 2\pi/T$, on T és la durada d'un dia. Quan l'avió vola en direcció Oest, sentit contrari a la rotació de la Terra, la velocitat de l'avió respecte al centre de la Terra serà més petita que la velocitat de rotació del planeta, a aquesta cal restar-hi la velocitat de l'avió respecte a la superfície de la Terra; tindrem $\omega_{E\text{-}O} = \omega_T - \omega_a$. Quan l'avió vola en direcció contraria, direcció Est, les dues es sumen perquè tots dos moviments tenen el mateix sentit; $\omega_{O\text{-}E} = \omega_T + \omega_a$.

La gravetat actua sobre l'hostessa amb una força que val mg. Com l'hostessa està en un sistema de referència no inercial, moviment circular uniforme de radi R que té una acceleració $a_n = \omega^2 R$ (la normal) respecte al centre de la Terra, la força que mesura l'hostessa és la real menys la força d'inèrcia ma_n. Quan l'avió vola en direcció Est, el pes de l'hostessa dins de l'avió serà $mg - m(\omega_T + \omega_a)^2 R$, i en direcció Est $mg - m(\omega_T - \omega_a)^2 R$, que clarament és més gran que l'anterior.

Si anomenem Δm a la variació aparent de la massa de l'hostessa, tindrem doncs:

$$\Delta mg = \left(mg - m(\omega_T - \omega_a)^2 R\right) - \left(mg - m(\omega_T + \omega_a)^2 R\right) = mR\left((\omega_T + \omega_a)^2 - (\omega_T - \omega_a)^2\right) =$$

$$= 4mR\omega_T\omega_a \Rightarrow m = \frac{g}{4R\omega_T\omega_a}\Delta m$$

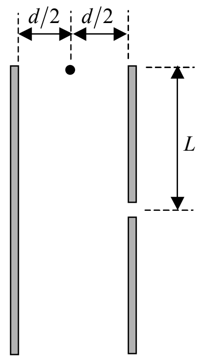
Observis que $R\omega_a = v_a$ és la velocitat de l'avió, per tant

$$m = \frac{g}{4\omega_T v_a}\Delta m \Rightarrow m = \frac{9.8}{4\frac{2\pi}{86400}900\frac{1000}{3600}}\Delta m = \frac{9.8}{\frac{4\cdot 2\pi}{8.64}\frac{9}{3.6}}10^2\Delta m = 1.35\cdot 10^2\Delta m = 135\cdot 0.5 = 67.5\ \text{Kg}$$

Cal fer esment que fora de l'avió, si l'hostessa es pesa en una bàscula el seu pes no serà 67.5·g N, ja que el moviment de rotació de la Terra segueix afectant. Pel contrari, si es peses amb una balança, on es comparen masses i no es mesuren directament forces, el resultat si que seria 67.5Kg, l'efecte de la rotació de la Terra afecta a **totes** les masses que intervenen en la mesura.

PROBLEMA P3

P3.- Un condensador pla està format per dues làmines paral·leles amb càrregues iguals però de signe contrari, de manera que entre elles hi ha un camp elèctric horitzontal *E* constant. Es deixa caure sense velocitat inicial un cos puntual, amb càrrega *q* i massa *m*, des d'un punt situat en un extrem del centre del condensador, tal i com indica la figura.



a) Calculeu quin ha de ser el valor del camp *E* perquè la partícula surti justament pel forat situat a una distància vertical *L* del seu extrem superior. Quant valdrà en aquest cas la diferència de potencial entre les làmines?
b) Quin tipus de trajectòria seguirà la partícula a l'interior del condensador? Justifiqueu la resposta.
c) Amb quina velocitat sortirà la partícula pel forat?

Sobre la partícula de massa *m* actuen dues forces. En sentit vertical, la gravetat que ocasiona una acceleració vertical *g*; en sentit horitzontal, la força deguda al camp elèctric *qE* que proporciona una acceleració horitzontal $a = qE/m$.

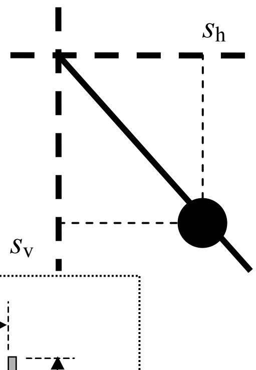
Els dos moviments es poden considerar independents, cadascú d'ells ocasionant un desplaçament en la seva direcció que vindrà donat per $s = 1/2at^2$, ja que en l'instant inicial la velocitat de la massa és zero. Ara bé, el temps és el mateix pels dos moviments, son simultanis. Tindrem:

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}gt^2 \\ \frac{d}{2} &= \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} t^2 &= \frac{2L}{g} \\ t^2 &= \frac{dm}{qE} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{2L}{g} = \frac{dm}{qE} \Rightarrow E = \frac{dmg}{2Lq}$$

El camp elèctric creat per un condensador pla és $E = \dfrac{V}{d}$, per tant $V = \dfrac{d^2gm}{2Lq}$.

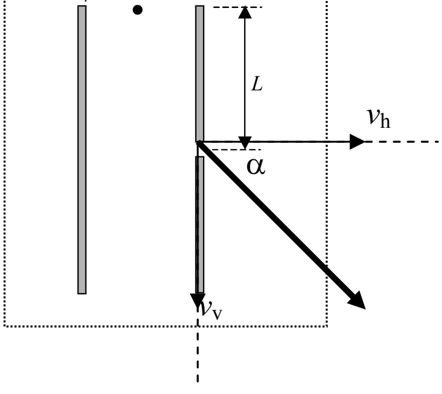
Noteu que dimensionalment és correcte perquè Vq és un treball i les dimensions de $\dfrac{d^2gm}{2L}$ son ML^2T^{-2}, massa per acceleració per longitud.

Agafant el punt de partida com a origen de coordenades i sentit positius dels eixos tal com indica la figura, les coordenades de la partícula en funció de *t* son



$$\left.\begin{aligned} s_v &= \frac{1}{2}gt^2 \\ s_h &= \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow s_v = \frac{1}{2}g\left(\frac{2ms_h}{qE}\right) = \frac{mg}{qE}s_h \Rightarrow s_v = \frac{2L}{dg}gs_h = \frac{L}{d/2}s_h$$

on s'observa que hi una linealitat entre ambdues coordenades i per tant la trajectòria serà una línea recta que passa per l'origen de coordenades i pel forat, quan $s_h = d/2$, $s_v = L$.



La velocitat en un moviment uniformement accelerat amb velocitat inicial zero és $v = at$, on *t* és el temps que triga en passar pel forat. Per la component vertical de la veloci-

tat podem escriure: $v_\mathrm{v} = gt \Rightarrow v_\mathrm{v} = g\sqrt{\dfrac{2L}{g}} = \sqrt{2gL}$, que

és una
formula ben coneguda en la caiguda lliure d'un cos. Anàlogament, per la component horitzontal podem escriure $v_\mathrm{h} = at \Rightarrow v_\mathrm{h} = \dfrac{qE}{m}\sqrt{\dfrac{dm}{qE}} = \sqrt{\dfrac{qEd}{m}}$. Substituint el valor d'E per l'obtingut més amunt

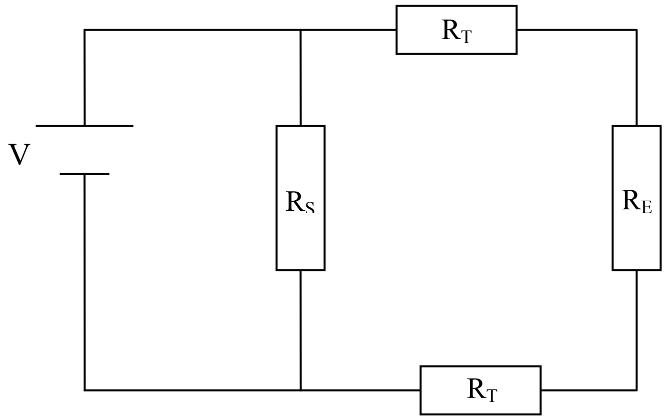
$$v_\mathrm{h} = \sqrt{\frac{qEd}{m}} = \sqrt{\frac{d^2 g}{2L}} = d\sqrt{\frac{g}{2L}}\ .$$

El mòdul de la velocitat serà $v = \sqrt{v_\mathrm{v}^2 + v_\mathrm{h}^2} \Rightarrow v = \sqrt{2gL + \dfrac{d^2 g}{2L}} = \sqrt{\left(2L + \dfrac{d^2}{2L}\right)g}$ i la direcció que fa amb l'horitzontal $\tan\alpha = \dfrac{v_\mathrm{v}}{v_\mathrm{h}} = \sqrt{\dfrac{\frac{d^2 g}{2L}}{2gl}} = \dfrac{d}{2L}$. Observis, tal com era d'esperar, que la direcció de la velocitat coincideix amb la de la trajectòria recta.

PROBLEMA P4

P4.- Un pacient necessita una sessió d'electroteràpia en una de les seves extremitats. Aquests aparells funcionen de forma que mantenen constant el corrent total que hi circula, variant si és necessari el potencial de la bateria. La figura representa l'esquema de funcionament, on R_S és la resistència superficial de la pell, R_T es la resistència transversal de la pell i els greixos i R_E és la resistència del teixit de l'extremitat. Ajustem el potencial de forma que circuli un corrent total de 3 mA.

a) Trobeu la diferència de potencial V que subministra la bateria



b) Trobeu el corrent que passa per R_E

c) Trobeu la potència dissipada en aquest procés

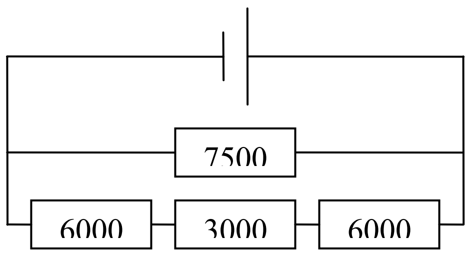
Passats uns minuts, el pacient comença a suar de forma que la resistència superficial de la pell baixa i val R_s'. Si en aquestes circumstàncies la bateria subministra una diferència de potencial V'= 9 V,

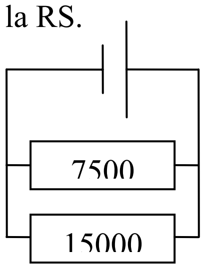
d) calculeu quant val $R_S{}'$ (tingueu en compte que la intensitat total es manté constant i R_T i R_E no varien)

e) En aquestes circumstàncies, es dissipa més o menys energia que amb la pell no suada?

Dades: R_S = 7500 Ω, R_T = 6000 Ω, R_E = 3000 Ω .

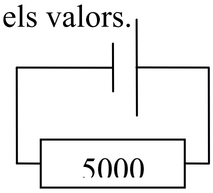
Una forma equivalent de dibuixar l'esquema és l'adjunta, os es veu clarament que les dues resistències RT i la RE estan en sèrie, i la resistència equivalent de les tres està en paral·lel a la RS.





Per tant, en un primer circuit equivalent hem substituït les tres resistències en sèrie pel seu equivalent, recordant que en aquest cas es sumen els valors.

La resistència equivalent de totes elles serà el muntatge en paral·lel, recordant en aquest cas que $\frac{1}{\mathrm{R}_{eq}} = \frac{1}{R_S} + \frac{1}{R_E + 2R_T}$.



a) Com $V = \mathrm{R}_{eq}\, I \Rightarrow V = 5000 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 15$ V

b) La tensió de 15 V s'aplica tant a R_S com a l'associació en sèrie de R_E amb les dos R_T. Aquesta branca te una resistència equivalent de 15000 Ω, per tant la intensitat que passa per ella (per R_E) serà $V/R = 15/15000 = 1$ mA.

Una altre manera de calcular-ho seria fixant-se que a corrent total de 3 mA es reparteix en dues, que circulen per cada una de les branques de l'associació en paral·lel. Si i_1 és la que passa per Rs i i_2 la que passa per les altres tres, tindrem les equacions

$$\left.\begin{aligned} I &= i_1 + i_2 \\ R_s i_1 &= \left(R_E + 2R_T\right) i_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left(R_E + 2R_T\right) i_2 = R_s \left(I - i_2\right) \Rightarrow \left(R_E + 2R_T + R_S\right) i_2 = R_s I \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_2 = I \frac{R_S}{R_E + 2R_T + R_S} \Rightarrow i_2 = 3 \cdot 10^{-3} \frac{7500}{22500} = 10^{-3} \text{ A}$$

c) Hi ha diferents formes de calcular la potencia $W = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$; en qualsevol cas el resultat és sempre el mateix $W = 45 \cdot 10^{-3}$ J/s.

d) La corrent total segueix sent I i la tensió és ara V' = 9 V, la nova resistència equivalent serà $R'_{eq} = \frac{V'}{I} \Rightarrow R'_{eq} = \frac{9}{3 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^3 \, \Omega$. De l'expressió de l'associació en paral·lel tindrem:

$$\frac{1}{R'_{eq}} = \frac{1}{R'_S} + \frac{1}{R_E + 2R_T} \Rightarrow \frac{1}{R'_S} = \frac{1}{R'_{eq}} - \frac{1}{R_E + 2R_T} \Rightarrow \frac{1}{R'_S} = \frac{1}{3000} - \frac{1}{15000} = \frac{4}{15000} \Rightarrow R'_S = 3750 \, \Omega$$

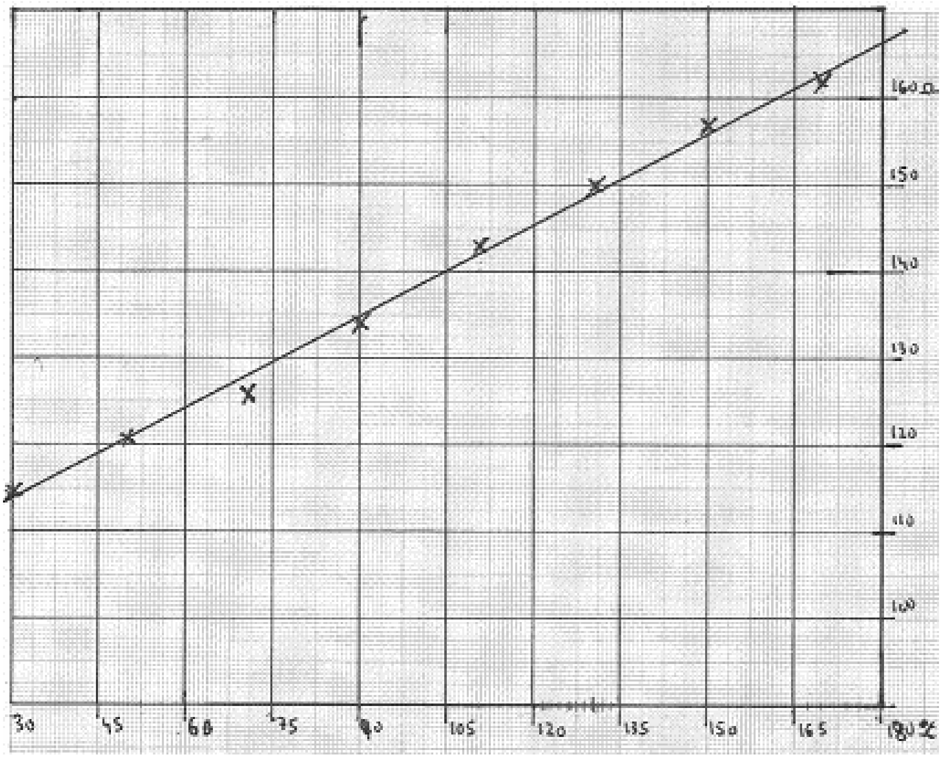
e) Amb la pell suada, la intensitat que dona l'aparell segueix sent 3 mA però la tensió ha baixat de 15 V a 9 V. Com W = VI, clarament la potencia és menor, valdrà 27 mW en lloc del 45 mW que valia amb la pell seca.

PROBLEMA P5

P5.- La variació de la resistència elèctrica dels metalls amb la temperatura permet utilitzar aquesta propietat física per a construir termòmetres. En el laboratori es va calibrar un termòmetre de resistència de platí i els resultats es recullen en la taula adjunta.

T(ºC)	30	50	70	90	110	130	150	170
R(Ω)	114,9	120,7	125,4	133,9	143,0	150,0	156,9	161,8

a) Representeu en el paper milimetrat els valors experimentals obtinguts i dibuixeu la "línia de calibrat" de la resistència.
b) Si al mesurar resistència del termòmetre en dos recintes s'observa una variació de 5 Ω, quina serà la diferència de temperatura entre els dos recintes?
c) D'acord amb aquests resultats, estimeu el valor aproximat de la temperatura pel que la resistència del termòmetre seria nul·la. Comenteu breument el resultat.



a) A ull hem dibuixat la recta de calibració i també a ull podem que un parell de punts de la recta son (30ºC, 113.5Ω) i (180ºC, 166.5Ω). L'equació de la recta que passa per aquests dos punts es pot deduir de la relació:

$$\frac{T-T_1}{T_2-T_1}=\frac{R-R_1}{R_2-R_1}\Rightarrow T=\frac{T_2-T_1}{R_2-R_1}R+\left(T_1-\frac{T_2-T_1}{R_2-R_1}R_1\right)\Rightarrow T=\frac{150}{53}R+\left(30-\frac{150}{53}113.5\right)=2.83R-291.23$$

b) Si la resistència varia en 5Ω, la temperatura variarà en 2.83·5 = 14.15ºC i en el mateix sentit, si puja la resistència també puja la temperatura.

d) Per R = 0 correspondria una temperatura de -291.23ºC, inferior al zero absolut. Com aquesta temperatura es impossible d'aconseguir hem de deduir que la recta de calibració no és bona fora de l'interval de temperatures donat.

Utilitzant una calculadora y la funció que permet trobar rectes de regressió, s'ha obtingut

$$T=2.8196R-290.0254$$